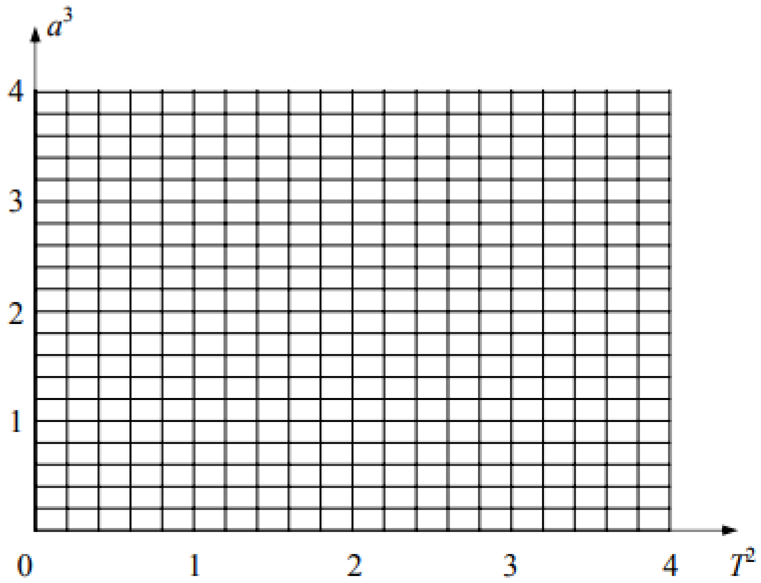
1. A mellékelt táblázat a Naphoz legközelebbi 4 bolygó keringési időit és pályagörbéik félnagytengelyeinek hosszát (a) mutatja. (A félnagytengelyek Nap-Föld távolságegységben vannak megadva.)

a) Ábrázolja az 3 a értékeket a 2 T értékek függvényében!

b) Milyen általános összefüggést (törvényt) igazol a grafikon?

c) A megfigyelések szerint az Uránusz keringési ideje 84 év. A kapott összefüggés alapján számítsa ki az Uránusz pályája félnagytengelyének hosszát Nap-Föld távolságegységben!

bolygók	*T (év)*	*a (egység)*
Merkúr	0,241	0,387
Vénusz	0,615	0,723
Föld	1	1
Mars	1,881	1,523

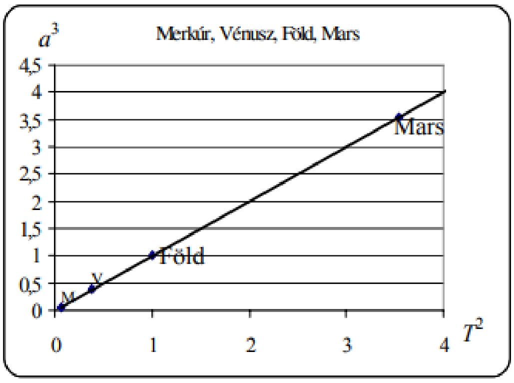


(2005. feb.)

Megoldás:

a) *A feladatban kért grafikon elkészítése:*

T^2 (év^2)	a^3 (egység^3)
0,058	0,058
0,378	0,378
1	1
3,538	3,53



(Táblázat nélkül is megadható.)

5 pont
(bontható)

b) *A kérdezett törvény megadása, Kepler III. törvényének megnevezése vagy a törvény kimondása:*

4 pont
(bontható)

Indoklás:

4 pont
(bontható)

A grafikon alapján $\frac{T^2}{r^3}$ állandó, vagy T^2 egyenesen arányos r^3-nal.

(A teljes pontszám akkor adható meg, ha a válaszból egyértelműen kiderül, hogy T^2 és r^3 között egyenes arányosság az összefüggés és a grafikon alapján az igazolható is.)

c) *Annak felismerése, hogy a grafikon a Nap körül keringő Uránusz bolygóra általánosítható:*

2 pont

(Ha az alábbiak szerint folytatja a feladatot, a 2 pont automatikusan jár.)

Az aránypár felírása az Uránusz bolygóra és egy másik bolygóra:

2 pont

pl. a Földre $\frac{T^2_{Föld}}{r^3_{Föld}} = \frac{T^2_{Uránusz}}{r^3_{Uránusz}}$

A keresett konkrét távolságérték meghatározása az Uránuszra:

3 pont
(bontható)

$$\frac{T^2_{Föld}}{r^3_{Föld}} = \frac{T^2_{Uránusz}}{r^3_{Uránusz}} \rightarrow r_{Uránusz} = \sqrt[3]{\frac{T^2_{Uránusz}}{T^2_{Föld}}}\, r_{Föld} = 19{,}2 \text{ egység}$$

(Behelyettesítés 1 pont, számítás 1 pont, helyes eredmény 1 pont.)

Összesen **20 pont**

2. **Fizikaórán a tanulóknak egy rugó D rugóállandóját kellett meghatározniuk. Ezért azt mérték, hogy az ismeretlen rugóállandójú rugó Δx megnyúlását mekkora F erő hozza létre. A mérési adatok a táblázatban láthatók.**

Δx (m)	**0,01**	**0,02**	**0,03**	**0,04**	**0,05**	**0,06**	**0,07**
***F* (N)**	**0,12**	**0,256**	**0,38**	**0,51**	**0,63**	**0,76**	**0,89**

a) Igazolja, hogy a mérési eredmények megfelelnek az erő és a megnyúlás közötti ismert összefüggésnek!
b) Az adatok alapján határozza meg a rugóállandó értékét!
c) Állapítsa meg, hogy mekkora munkavégzéssel lehet a rugó megnyúlását 3 cm-ről 7 cm-re növelni! (2005. október)

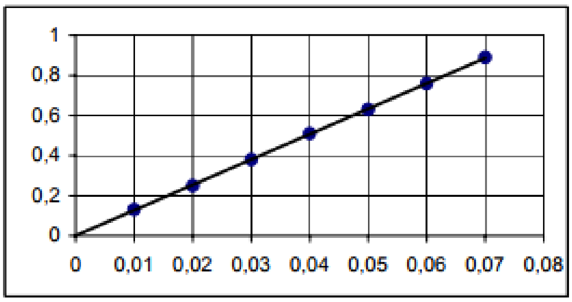
Megoldás:

a) *F és Δx közötti egyenes arányosság kijelentése* — *2 pont*
($F = D\cdot\Delta x$ összefüggés is elfogadható.)

Ellenőrzés az adatok alapján — *3 pont*

Számítással vagy grafikusan

Δx	F	D
0,01	0,13	13
0,02	0,25	12,5
0,03	0,38	12,67
0,04	0,51	12,75
0,05	0,63	12,6
0,06	0,76	12,67
0,07	0,89	12,71



(Egynél több számítási hiba vagy rosszul ábrázolt pont esetén a pontszám arányosan csökkentendő.)

Következtetés indoklással
Az adatok alátámasztják az összefüggést, — *1 pont*

mert az ábrázolt pontok jól illeszkednek egy origón átmenő egyenesre; *vagy* $\frac{F}{\Delta x}$ értéke 12,5 és 13 között van, tehát jó közelítéssel állandónak tekinthető. — *3 pont* (bontható)

b) *D meghatározása* — *3 pont*
$D = 12{,}7$ N/m

(A számítás elfogadható, ha a vizsgázó több adatból határozza meg az értéket, akár D-értékek átlagából, akár F- és Δx-értékek átlagának hányadosából. Grafikus ábrázolás esetén az egyenes meredekségének meghatározásából is elfogadható, leolvasott értékek alapján.)

c) *A végzett munka értelmezése* **3 pont**

Grafikusan (a megfelelő terület jelölésével) vagy a 3 cm-es és a 7 cm-es megnyúláshoz végzett munkák különbségeként (akár szövegesen, akár matematikai alakban, pl. $W = W_2 - W_1$).

A munka kiszámítása **3 pont**

$$W = \frac{1}{2}D\cdot(\Delta x_2)^2 - \frac{1}{2}D\cdot(\Delta x_1)^2 = 2{,}54\cdot 10^{-2}\,\mathrm{J}$$

(Bontható: összefüggés(ek) felírása; behelyettesítés; eredmény kiszámítása. Helyes számítás esetén az értelmezésre adható 3 pont jár akkor is, ha külön nem fogalmazza meg a vizsgázó.)

Összesen **18 pont**

3. Az alábbi adatsor egy rugó hosszát ábrázolja a rá ható húzóerő függvényében:

Erő (N)	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
Rugóhossz (cm)	10	11,1	12	12,9	14,1	15	15,8	16,4	16,6	16,7

a) Ábrázolja az adatokat!
b) Mit állapíthatunk meg a rugóról a grafikon menete alapján?
c) Határozza meg a rugó rugóállandóját 10 cm és 15 cm-es rugóhossz között, valamint adja meg a rugó nyújtatlan hosszát?
d) Mekkora munkavégzéssel lehet a rugót 10 cm-ről 12 cm-re nyújtani?

(2008. október)

Megoldás:

a) Az adatok ábrázolása grafikonon:

3 pont

Akkor jár a teljes pontszám, ha egyértelműen kivehető a grafikonon a kezdeti lineáris szakasz, valamint a „törés”, ahol a megnyúlás már nem követi az eredeti ütemben az erő növekedését.

b) A grafikon értelmezése:

A grafikon kezdeti szakaszán a rugó megnyúlása egyenesen arányos a húzóerővel. (A megnyúlás rugalmas.)

2 pont

A grafikon „felső” szakaszán már nem érvényes az egyenes arányosság, a rugó elérkezett nyújthatóságának határára:

2 pont

c) A rugóállandó meghatározása:

4 pont

$$D = \frac{\Delta F}{\Delta l} = 2\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{cm}}$$

(A rugóállandót a táblázatban szereplő adatokból vagy a grafikonról leolvasva is meg lehet határozni. A táblázatban szereplő értékekből $D = \frac{2\,\mathrm{N}}{0{,}9\,\mathrm{cm}} = 2{,}22\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{cm}}$, illetve $D = \frac{2\,\mathrm{N}}{1{,}2\,\mathrm{cm}} = 1{,}67\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{cm}}$ vagy $D = \frac{2\,\mathrm{N}}{1{,}1\,\mathrm{cm}} = 1{,}82\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{cm}}$ érték is kihozható, mely 5 %-nál nagyobb kerekítési hibát jelent. Ez akkor fordulhat elő, ha a vizsgázó csak egy adatpárt használ. Ilyen esetben az 5 %-ot meghaladó hiba miatt 1 pontot kell levonni.)

A rugó nyújtatlan hosszának meghatározása:

4 pont

A rugó nyújtatlan hossza szintén meghatározható grafikusan vagy a rugóállandó segítségével: $l_0 = l - \frac{F}{D}$, a táblázat adatait felhasználva $l_0 = 9\,\mathrm{cm}$ adódik.

d) A munkavégzés meghatározása:

5 pont

A rugóállandó és a táblázatból nyert adatok segítségével vagy a grafikon alatti terület meghatározásával.

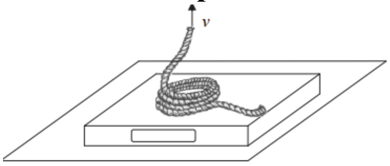
$$W = \frac{1}{2} D \cdot \Delta l_v^2 - \frac{1}{2} D \cdot \Delta l_k^2 = 0{,}08 \text{ J}$$

(Amennyiben a vizsgázó a keresett munkát a végállapot rugalmas energiájával azonosítja, 2 pont adható.

Természetesen más helyes megoldás is teljes pontszámmal elfogadható, pl. a tárolt energiák különbségéből, illetve egy átlagos erő felhasználásával is helyes eredményre lehet jutni.)

Összesen: 20 pont

4. Egy mérlegen egy súlyos köteltekercs hever, melynek végét a t = 0 s időpillanatban állandó, v = 0,05 m/s nagyságú sebességgel függőlegesen fölfele kezdjük húzni. A mellékelt táblázatban feltüntettük a tömeg- értékeket, amelyeket a mérleg a különböző időpontokban mér.



t (s)	0	20	40	60	80	100	120	140
m (kg)	6,0	4,8	3,6	2,4	1,2	0	0	0

a) Ábrázolja a mérleg által mért tömeget az idő függvényében, és magyarázza meg a görbe menetét!
b) Mekkora a teljes tekercs tömege?
c) Milyen hosszú a kötél?
d) Mekkora erővel kellett húzni a kötél végét a t = 80 s időpillanatban?
e) Mennyi munkát végeztünk az első 100 másodpercben, ha a kötél mozgási energiája elhanyagolható? (g =10m/s^2 , a kötél súlyához képest a lendületváltozásból eredő hatások elhanyagolhatóak.)
(2012. október)

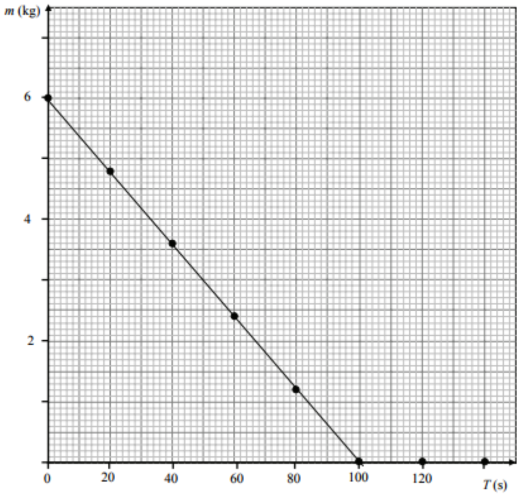
Megoldás:

Adatok: $g = 10\,\dfrac{\text{m}}{\text{s}^2}$

a) *Az adatok megfelelő ábrázolása:*

4 pont
(bontható)

Megfelelően skálázott és feliratozott tengelyek: 1 pont.
A pontok megfelelő elhelyezése a grafikonon: 2 pont.
Egyenes illesztése a pontokra: 1pont.



A görbe menetének elemzése:

4 pont
(bontható)

A mérleg által mért tömeg a mérés során egy darabig csökken (1pont), mivel egyre kevesebb kötél nyomja a mérleget. Mivel állandó sebességgel húzzuk fölfelé a kötelet, az idővel egyenesen arányban nő annak a köteldarabnak a tömege, ami már a levegőben lóg (1 pont), ezért a mérleg által mutatott érték is lineárisan csökken (1 pont). Egy idő múlva elfogy a kötél a mérlegről (1 pont), ezután a mérleget már nem nyomja semmi, a mérleg nullát mutat.

b) *A kötél tömegének megadása:*

2 pont

A $t = 0$ s-ban mért adat leolvasásából $m = 6$ kg.

c) *A kötél hosszának megadása:*

2 pont

Mivel a kötél a $t_1 = 100$ s pillanatban fogy el a mérlegről, a vége ekkor $l = v \cdot t_1 = 5\,m$ magasan van, tehát 5 m hosszú.

d) *A szükséges húzóerő megadása:*

3 pont
(bontható)

Mivel a $t = 80$ s pillanatban a táblázatból vagy az ábrából leolvashatóan a mérlegen $m = 1{,}2$ kg kötél van még (1 pont), az általunk kifejtett erő $F = 4{,}8\,\text{kg} \cdot 10\,\text{m/s}^2 = 48\,\text{N}$ (2 pont).

e) *Az általunk végzett munka megadása:*

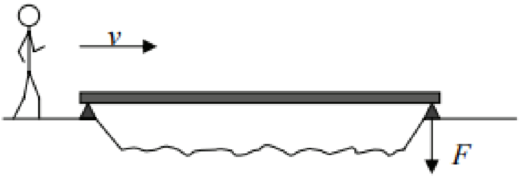
5 pont
(bontható)

A kötél súlypontja a $t = 100$ s pillanatra $l/2 = 2{,}5$ m magasra került (2 pont).

A kötél helyzeti energiája ekkor tehát $E = m \cdot g \cdot \dfrac{l}{2} = 150\,\text{J}$ (2 pont), ami egyenlő az általunk végzett munkával (1 pont).

Összesen 20 pont

5. **Egy kiránduló útja során keskeny patakhoz érkezik, amely fölött egy öt méter hosszú, homogén tömegeloszlású vízszintes palló vezet át. A kiránduló gyaloglás közben fellép a pallóra és egyenletes, változatlan tempóban átkel a patak fölött. Az alábbi táblázat a palló jobb oldali alátámasztását nyomó F erőt tartalmazza különböző időpillanatokban.**
a) Ábrázolja grafikonon a táblázatban szereplő adatokat!
b) Mekkora a palló tömege?
c) Mekkora az ember tömege?
d) Melyik pillanatban lépett a kiránduló a pallóra? Milyen gyorsan haladt a pallón?
e) Ábrázolja a grafikonon a palló bal oldali alátámasztását nyomó erőt a táblázatban szereplő időpontokban! Ügyeljen arra, hogy az adatpontok jelölése megkülönböztethető legyen az a) pontban ábrázolt adatokétól!



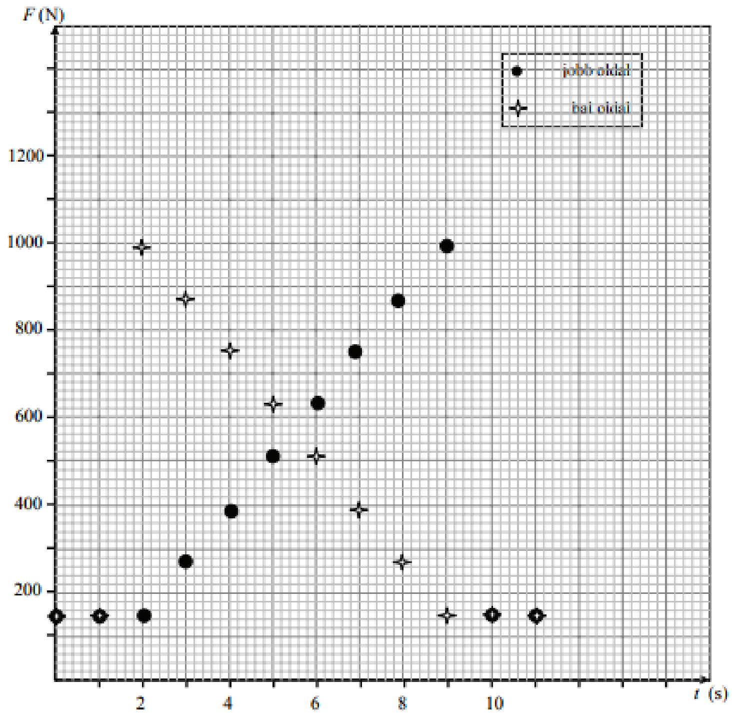
t (s)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
F (N)	150	150	150	270	390	510	630	750	870	990	150	150

(2013. május)
Megoldás:

Adatok: $l = 5$ m

a) A megfelelő grafikon elkészítése és a táblázatban szereplő adatok helyes ábrázolása:
5 pont
(bontható)

A megfelelően skálázott és feliratozott tengelyek 1-1 pontot érnek, az adatok helyes ábrázolása összesen 3 pontot ér, négy adatpontként egyet, fölfelé kerekítve.



b) A palló tömegének meghatározása:

3 pont
(bontható)

Mivel a vízszintes palló egyik alátámasztását 150 N erő nyomja ember nélkül, a két alátámasztást együtt 300 N, tehát a palló tömege 30 kg.

c) Az ember tömegének meghatározása:

4 pont
(bontható)

A jobb oldali alátámasztást nyomó erő a táblázat alapján 990 N, ami az ember teljes súlyának és a palló súlya felének felel meg. Az ember súlya tehát 840 N, azaz tömege 84 kg.

(Mivel a nyomóerőt másodpercenként adtuk meg, elfogadható a maximális nyomóerőre 990 N és 1110 N között bármekkora érték. Így a keresett tömeg 84 kg és 96 kg között lehet helyes.)

d) Az ember sebességének, illetve a pallóra lépés pillanatának meghatározása:

2 + 2 pont

A táblázat alapján a kiránduló legkorábban a $t = 2$ s pillanatban lépett a pallóra.
Mivel ≈ 7 s alatt ért végig a pallón, $v \approx 0{,}71$ m/s.

(Mivel az ember a 2. másodperc végén még és a 10. másodperc végén már biztosan nem volt a pallón, ezért a pallón legfeljebb 8 másodpercet tartózkodhatott. Így a sebesség 0,63 m/s-tól 0,71 m/s-ig elfogadható.)

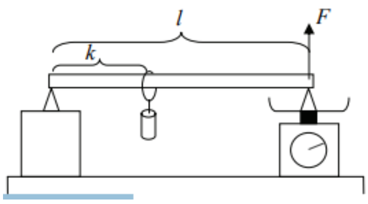
e) A bal oldali alátámasztást nyomó erők ábrázolása a grafikonon:

4 pont
(bontható)

(A bal oldali alátámasztást nyomó erők ábrázolása akkor fogadható el, ha a jobb oldali alátámasztást nyomó erők adatpontjaitól egyértelműen megkülönböztethetők.
Az erők a $t = 0,1,10,11$ s időpontokban ugyanúgy 150 N értéket vesznek fel, mint a jobb oldali erők, a $t = 2–9$ s tartományban pedig az értékük $F' = 1140\ \mathrm{N} - F$.
Az erők helyes ábrázolása 3 adatpontonként egy pontot ér, fölfelé kerekítve.)

Összesen **20 pont**

6. Az ábrán látható elrendezésben egy l = 1 m hosszúságú homogén rudat támasztunk alá két végpontjánál, és ráakasztunk egy súlyt. A súly távolságát a bal oldali alátámasztástól k jelöli. A jobb oldali alátámasztást egy mérlegre helyezzük. A súlyt a rúdon mozgatva megmérjük, hogy a rúd jobb oldali alátámasztását mekkora erő terheli.



A mért erőadatokat k függvényében a táblázat tartalmazza.

k (m)	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
F (N)	20,6	23,2	25,8	28,7	32,3	35,0	37,9	41,2	44,4	46,8	49,5

$(g = 10\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2})$

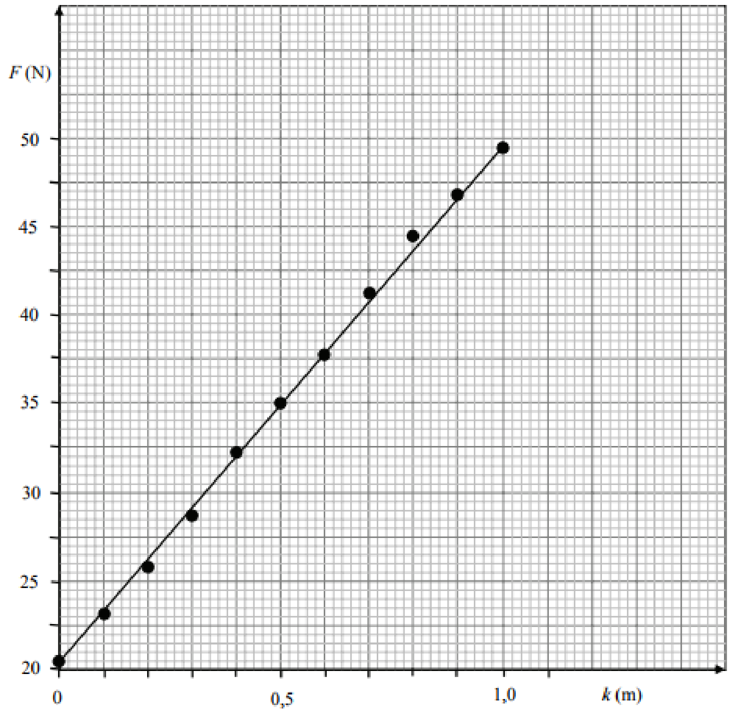
a) Ábrázolja a jobb oldali alátámasztást terhelő erőt a k távolság függvényében! (A grafikon elkészítéséhez használja a következő oldalon lévő milliméterpapírt!)
b) Mekkora erő terheli a jobb oldali alátámasztást, amikor a súly pontosan középen helyezkedik el?
c) Mekkora a rúd tömege?
d) Mekkora a súly tömege?
(2009. október)
Megoldás:

Adatok: $l = 1\,\mathrm{m}$, $g = 10\,\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$

a) *Ábra készítése:*

6 pont
(bontható)

F a függőleges tengelyen, *k* a vízszintes tengelyen ábrázolandó! (2 pont)
Megfelelően skálázott tengelyek: (1 pont)
Pontok helyes ábrázolása: (2 pont - bontható)
A pontokra elfogadhatóan illesztett egyenes: (1 pont)



A b), c), d) feladatok különböző sorrendben oldhatók meg az alkalmazott gondolatmenettől függően. Az értékelésben általános elv, hogy az adott kérdéshez vezető táblázati adat megtalálása, értelmezése 2 pont, ami nem bontható. A további számításokban lépésenként 1–1 pontot adunk.

b) *A jobboldali alátámasztást terhelő erő meghatározása, amikor a súly középen van:*

2 pont

$k = 0{,}5$ m-hez tartozó érték: $F = 35\ \mathrm{N}$

c) *A rúd tömegének meghatározása:*

5 pont
(bontható)

$k = 0$ esetben a súly nem terheli a mérleg oldali alátámasztást. (2 pont)
(Szöveges megfogalmazás nélkül is jár a pontszám, ha a felismerés egyértelműen megtörtént.)
Ekkor a mérleget csak a rúd súlyának fele terheli. (1 pont)
A rúd súlya $m_{rúd} \cdot g = 2 \times 20{,}6\ \mathrm{N} = 41{,}2\ \mathrm{N}$ (1 pont)
A rúd tömege $m_{rúd} = 4{,}1\ \mathrm{kg} \approx 4\ \mathrm{kg}$ (1 pont)
(Amennyiben a vizsgázó a jobboldali alátámasztáson mért erőt a teljes rúd súlyának veszi (így 2 kg-ot kap eredményül), a súly és tömeg számítására összesen csak 1 pont adható!)

d) *A súly tömegének meghatározása:*

5 pont
(bontható)

$k = 0{,}5$ m-nél a mérleget az összsúly fele nyomja. (2 pont)
(Szöveges megfogalmazás nélkül is jár a pontszám, ha a felismerés egyértelműen megtörtént.)
Az összsúly 70 N (1 pont)
Az össztömeg 7 kg (1 pont)
A súly tömege az össztömeg és a rúd tömegének különbsége: $m_{súly} = 2{,}9\ \mathrm{kg} \approx 3\ \mathrm{kg}$
(1 pont)

2. megoldás:

$k = 0$-nál a súly nem nyomja a mérleg oldali alátámasztást, csak a rúd, $k = 1$ m-nél a mérlegoldali alátámasztást a súly és a rúd együttesen nyomja. (1+2 pont)
(A $k = 0$ értelmezése – mint ismételt gondolat – itt már csak 1 pontot ér.)
A teher súlya a két nyomóerő különbsége $m_{súly} \cdot g = 49{,}5\ \mathrm{N} - 20{,}6\ \mathrm{N} = 28{,}9\ \mathrm{N}$ (1 pont)
A súly tömege $m_{súly} = 2{,}9\ \mathrm{kg} \approx 3\ \mathrm{kg}$ (1 pont)

Összesen 18 pont

7. **Az alábbi táblázat egy tóban mérhető nyomás értékét mutatja a mélység (h) függvényében.**
a) Ábrázolja az adatokat!
b) Mekkora a nyomás 25 méter mélyen?
c) Határozza meg a tó felett uralkodó légnyomás értékét!
d) Milyen mélyen van az a hajóroncs, melyből kiszabaduló légbuborék térfogata megháromszorozódik, miközben a vízfelszínre emelkedik? (A víz és a légbuborék hőmérsékletét állandónak tekinthetjük.)

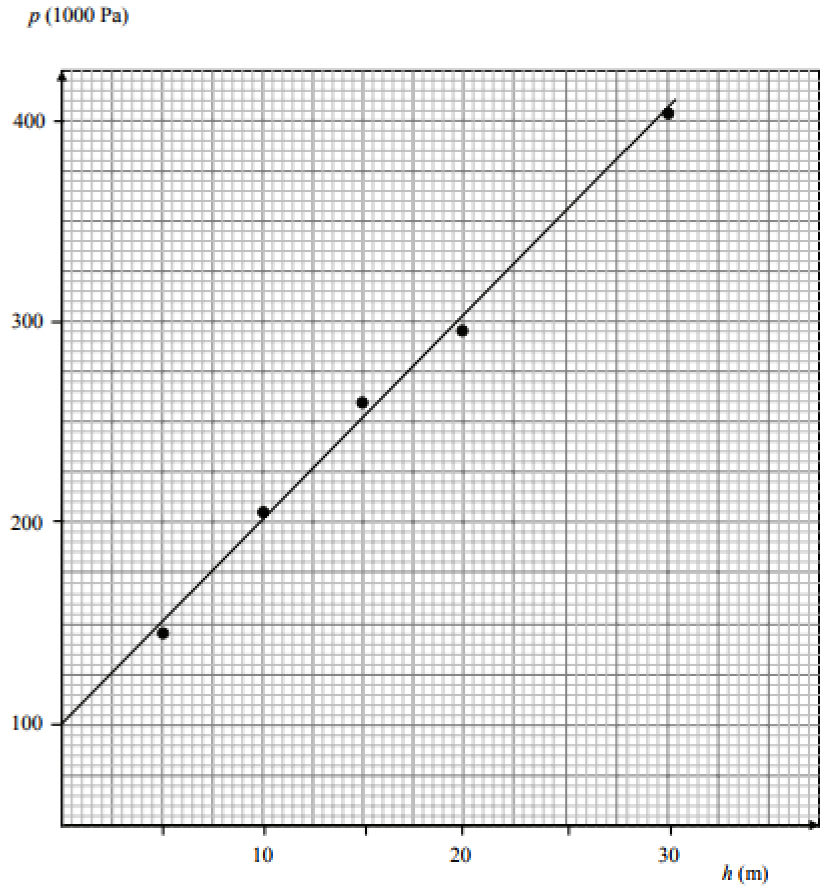
Mélység	30 m	20 m	15 m	10 m	5 m
Nyomás	404 000 Pa	295 000 Pa	260 000 Pa	204 000 Pa	145 000 Pa

(2011. május)
Megoldás:

A meghatározott nyomásértékek helyes gondolatmenet esetében az útmutatóban szereplő értékektől ± 5000 Pa-lal eltérhetnek.

a) *A megadott adatok ábrázolása grafikonon:*

8 pont
(bontható)



(A megfelelően skálázott és feliratozott tengelyek felrajzolása 2-2 pontot ér, az adatok megfelelő ábrázolásáért 4 pont jár. A tengelyek ábrázolásánál mértékegységet is fel kell tüntetni, ennek hiányában tengelyenként csak 1 pont adható!)

b) *A 25 m mélységben uralkodó nyomás meghatározása:*

2 pont

Az adatokra egyenest illesztve és a grafikonról leolvasva a 25 m mélységhez tartozó nyomás kb. 350 000 Pa-nak adódik. (Vagy a táblázat adatait felhasználva a 20 m-es és a 30 m-es nyomás számtani közepeként is megkapható a végeredmény.)

c) *A tó felett uralkodó nyomás (légnyomás) meghatározása:*

3 pont

Az adatokra egyenest illesztve és a h = 0 m függőleges tengellyel a metszéspontot megkeresve leolvasható a grafikonról: p_0 = 100 000 Pa

(Ha a vizsgázó csak a helyes értéket közli, de nem állapítható meg, hogy határozta meg, 1 pont adható.)

d) *A Boyle–Mariotte-törvény alkalmazása a buborék nyomására és térfogatára:*

3 pont
(bontható)

$p_1 \cdot V_1 = p_0 \cdot V_0 = p_0 \cdot 3 \cdot V_1$ (2 pont)

így a hajóroncs mélységében uralkodó nyomás $p_1 = p_0 \cdot 3 = 300\,000\ \text{Pa}$. (1 pont)

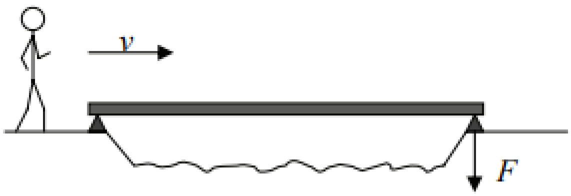
A hajóroncs mélységének meghatározása:

1 + 1 pont

A buborék nyomása mindig a külső nyomással egyenlő. (1 pont)
A 300 000 Pa-hoz tartozó mélység a táblázatból kiolvasva vagy a grafikonról leolvasva 20 m. (1 pont)

Összesen 18 pont

8. **Egy kiránduló útja során keskeny patakhoz érkezik, amely fölött egy öt méter hosszú, homogén tömegeloszlású vízszintes palló vezet át. A kiránduló gyaloglás közben fellép a pallóra és egyenletes, változatlan tempóban átkel a patak fölött. Az alábbi táblázat a palló jobb oldali alátámasztását nyomó F erőt tartalmazza különböző időpillanatokban.**
a) Ábrázolja grafikonon a táblázatban szereplő adatokat!
b) Mekkora a palló tömege?
c) Mekkora az ember tömege?
d) Melyik pillanatban lépett a kiránduló a pallóra? Milyen gyorsan haladt a pallón?
e) Ábrázolja a grafikonon a palló bal oldali alátámasztását nyomó erőt a táblázatban szereplő időpontokban! Ügyeljen arra, hogy az adatpontok jelölése megkülönböztethető legyen az a) pontban ábrázolt adatokétól!



t (s)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
F (N)	150	150	150	270	390	510	630	750	870	990	150	150

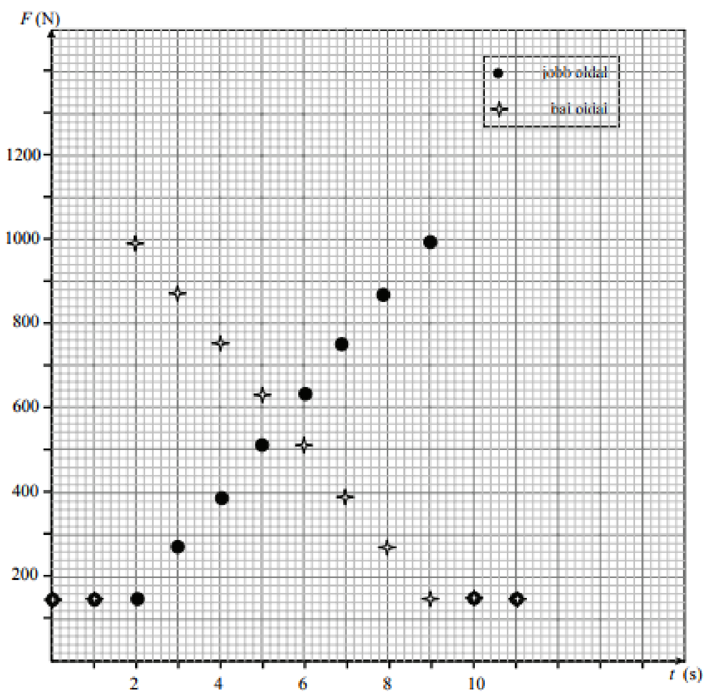
(2013. május)

Megoldás:

Adatok: l = 5 m

a) A megfelelő grafikon elkészítése és a táblázatban szereplő adatok helyes ábrázolása:
5 pont
(bontható)

A megfelelően skálázott és feliratozott tengelyek 1-1 pontot érnek, az adatok helyes ábrázolása összesen 3 pontot ér, négy adatpontként egyet, fölfelé kerekítve.



b) A palló tömegének meghatározása:

3 pont
(bontható)

Mivel a vízszintes palló egyik alátámasztását 150 N erő nyomja ember nélkül, a két alátámasztást együtt 300 N, tehát a palló tömege 30 kg.

c) Az ember tömegének meghatározása:

4 pont
(bontható)

A jobb oldali alátámasztást nyomó erő a táblázat alapján 990 N, ami az ember teljes súlyának és a palló súlya felének felel meg. Az ember súlya tehát 840 N, azaz tömege 84 kg.

(Mivel a nyomóerőt másodpercenként adtuk meg, elfogadható a maximális nyomóerőre 990 N és 1110 N között bármekkora érték. Így a keresett tömeg 84 kg és 96 kg között lehet helyes.)

d) Az ember sebességének, illetve a pallóra lépés pillanatának meghatározása:

2 + 2 pont

A táblázat alapján a kiránduló legkorábban a $t = 2$ s pillanatban lépett a pallóra.
Mivel ≈ 7 s alatt ért végig a pallón, $v \approx 0{,}71$ m/s.

(Mivel az ember a 2. másodperc végén még és a 10. másodperc végén már biztosan nem volt a pallón, ezért a pallón legfeljebb 8 másodpercet tartózkodhatott. Így a sebesség 0,63 m/s-tól 0,71 m/s-ig elfogadható.)

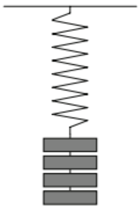
e) A bal oldali alátámasztást nyomó erők ábrázolása a grafikonon:

4 pont
(bontható)

(A bal oldali alátámasztást nyomó erők ábrázolása akkor fogadható el, ha a jobb oldali alátámasztást nyomó erők adatpontjaitól egyértelműen megkülönböztethetők.
Az erők a $t = 0,1,10,11$ s időpontokban ugyanúgy 150 N értéket vesznek fel, mint a jobb oldali erők, a $t = 2$–9 s tartományban pedig az értékük $F' = 1140\text{ N} - F$.
Az erők helyes ábrázolása 3 adatpontonként egy pontot ér, fölfelé kerekítve.)

Összesen **20 pont**

7. Péter és Pál két különböző rugót vizsgált a rajzon látható elrendezésben. Péter a rugókra különböző tömegű súlyokat akasztott, és minden terhelés mellett megmérte a megnyúlásukat. Sajnos azonban Pál, aki az adatokat lejegyezte, hanyag volt. Nem jegyezte fel, hogy egy adatpár az első vagy a második rugóval történt mérésből származik-e. Így az alábbi táblázatban található adatpárok össze vannak keveredve.



a) Ábrázolja grafikonon a táblázatban található adatokat! Adja meg, hogy mely adatpárok tartozhatnak az egyik, illetve a másik rugóhoz! Mi alapján lehet ezt eldönteni?
b) Mennyi a két rugó rugóállandója?
c) Mennyi lesz a rugók együttes megnyúlása, ha az egyik rugót felfüggesztjük, a másikat az első lelógó végére akasztjuk, majd az alsó rugót 6 kg-mal terheljük?

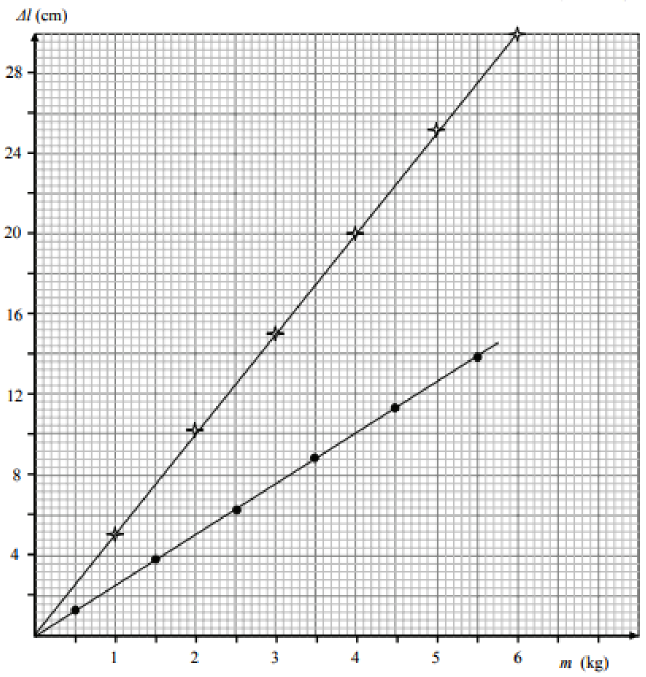
Δl (cm)	1,3	5,1	3,8	10,2	6,3	14,9	8,8	20,0	11,3	25,2	13,8	30,0
m (kg)	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0	4,5	5,0	5,5	6,0

(A rugókat súlytalannak tekinthetjük, $g = 10\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.)

(2013. október)
Megoldás:

a) *A megfelelő grafikon elkészítése, a táblázatban szereplő adatok helyes ábrázolása és a két mérés adatainak szétválasztása:*

10 pont
(bontható)



A megfelelően skálázott és feliratozott tengelyek 1-1 pontot érnek, az adatok helyes ábrázolása összesen 4 pontot ér, három adatpontként 1-et, fölfelé kerekítve. 2 pont jár a két mérés adatainak egyértelmű szétválasztásáért. Erre bármi elfogadható, ami egyértelmű, pl. a két mérés adatait lehet különböző szimbólumokkal ábrázolni, vagy az egy méréshez tartozó adatokra egyenest illeszteni, esetleg az összetartozó adatokat expliciten felsorolni. Végül 2 pontot ér annak magyarázata, hogy hogyan lehet az adatokat szétválasztani.
(Ha a vizsgázó felcseréli a tengelyeket, a helyes megoldás akkor is elfogadandó.)

b) A két rugóállandó meghatározása:

4 pont
(bontható)

$D = \frac{F}{\Delta l}$ (2 pont), amiből két megfelelő adatpár felhasználásával $D_1 = 2\,\frac{\text{N}}{\text{cm}}$ (1 pont), illetve $D_2 = 4\,\frac{\text{N}}{\text{cm}}$ (1 pont).

c) A két rugó együttes megnyúlásának meghatározása:

6 pont
(bontható)

$\Delta l = \Delta l_1 + \Delta l_2$ (2 pont),

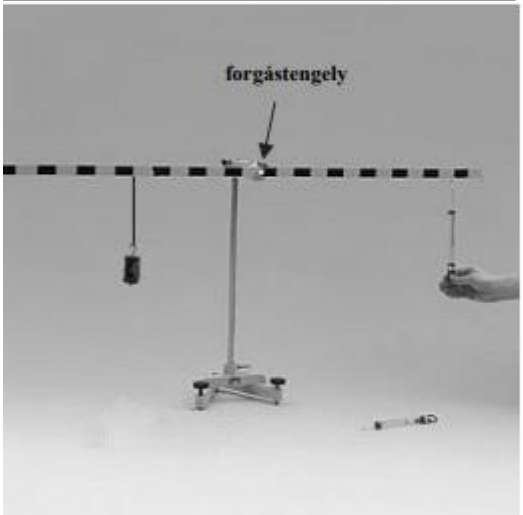
$\Delta l = \frac{F}{D_1} + \frac{F}{D_2}$ (1 pont),

$\Delta l = \frac{m \cdot g}{D_1} + \frac{m \cdot g}{D_2} = \frac{60}{2}\,\text{cm} + \frac{60}{4}\,\text{cm} = 30\,\text{cm} + 15\,\text{cm} = 45\,\text{cm}$

(felírás + behelyettesítés + számolás, 1 + 1 + 1 pont).

Összesen 20 pont

9. A képen látható kétkarú emelő mindkét oldala 14-14 egységre van felosztva, melyek mindegyike 2 cm hosszú. Az emelő bal oldalára 7 egységnél egy ismeretlen tömegű testet akasztottunk, majd a másik oldalon egy rugós erőmérő közbeiktatásával, függőleges irányú F erővel az emelőt vízszintes egyensúlyi állapotban tartottuk. A mérést többször megismételtük, az erőmérő d távolsága az emelő közepétől minden esetben más volt. Mérési eredményeinket az alábbi táblázat tartalmazza.



F (N)	1,6	1,8	2,2	2,8	3,5	5,5	11
d (egység)	14	12	10	8	6	4	2

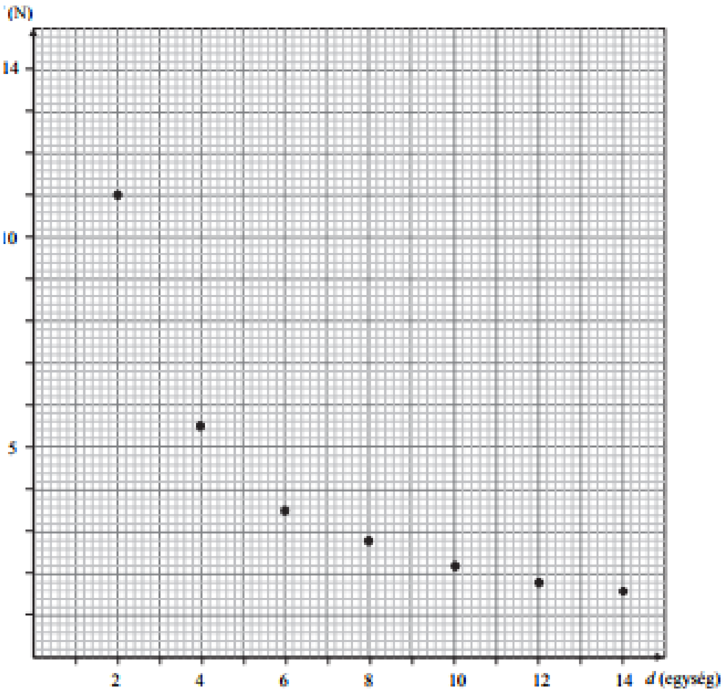
a) Ábrázolja a kifejtett erőt a d távolság függvényében!
b) Határozza meg a 7 egységnél felfüggesztett test tömegét!
c) Mekkora erőt kellene az emelő jobb oldalán 9 egységnél kifejteni?
d) Miért okoz mérési hibát, ha valaki az erőmérőt ferdén tartja?
(g= 9,81 m/s^2)
(2015.október)

Megoldás:

Adatok: $g = 9{,}8\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

a) *Az adatok ábrázolása grafikonon:*

6 pont
(bontható)



A megfelelően skálázott tengelyek 1–1 pontot érnek, 7 adatpont helyes ábrázolása 4 pontot, 5–6 adatponté 3 pontot, 3–4 adatponté 2 pontot, 1–2 adatponté 1 pontot ér.

---

b) *A test tömegének meghatározása:*

5 pont
(bontható)

A test tömege meghatározható pl. a táblázat valamely adatpárjának segítségével:

$F \cdot d = m \cdot g \cdot 7$ egység (2 pont), amiből pl. $m = 11\ \text{N} \cdot \frac{2}{7} \cdot \frac{1}{g} = 320\ \text{g}$

(rendezés + behelyettesítés + számítás, 1 + 1 + 1 pont).

c) *A 9. egységnél kifejtendő erő meghatározása:*

4 pont
(bontható)

A keresett erő meghatározható a forgatónyomatékra felírt egyenletből, a test tömegének felhasználásával:

$F = m \cdot g \cdot \frac{7}{9} = 2{,}44$ N (képlet + számítás, 2 + 2 pont),

<u>vagy</u> a grafikon segítségével: $F \approx 2{,}5$ N (a két pont megnevezése/jelölése, amelyek között interpolálni kell 1 + 1 pont, az erő megadása 2 pont).

d) *A hiba okának megnevezése:*

5 pont
(bontható)

Ha az erőmérőt nem tartjuk függőlegesen, akkor az erőkar tényleges hossza nem lesz egyenlő az emelő karjáról leolvasott távolsággal.

Összesen 20 pont