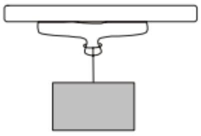
1. **Egy gumi tapadókorongot teljesen rányomunk egy tiszta üveglapra az ábrán látható módon. Rányomás után a korong sugara 2 cm.**



a) Miért tapad rá a korong az üveglapra?
b) Becsülje meg, legfeljebb mekkora tömegű terhet képes megtartani a tapadókorong! (A korong tömege elhanyagolható, g = 9,81 m/s^2 .)
(2005. május)

Megoldás:

a)	*Értelmezés*	
	A légnyomás szorítja a korongot az üveglapra,	***2 pont***
	mivel csak az egyik oldalán hat. (Egyértelmű rajz alapján is elfogadható.)	***1 pont***
b)	*Számítások elvégzése*	
	A légnyomás értékének megadása, pl. 10^5 Pa	***1 pont***
	$p = \frac{F}{A}$	***1 pont***
	$F = p \cdot A = 10^5 \cdot 0{,}02^2 \cdot 3{,}14 = 125{,}6$ N	***3 pont*** *(bontható)*
	$F = mg$	***1 pont***
	$m = 12{,}8$ kg	***1 pont***
	Annak jelzése, hogy ez a maximális érték	***1 pont***
Összesen		**11 pont**

2. **Nagy magasságban kezdősebesség nélkül elejtenek egy 0,4 kg tömegű, gömb alakú testet. A zuhanó test mozgását a sebesség négyzetével arányos közegellenállási erő fékezi. (A közegellenállási erő nagysága ezért $F_k = Cv^2$ alapján számolható, ahol C állandó.) Esetünkben a közegellenállási erő nagysága 1 m/s sebességnél 0,008 N. Az elejtett test mozgását vizsgálva megállapítható, hogy 20,7 méter zuhanás után sebessége 16,8 m/s.**
a) Mekkora a testre ható közegellenállási erő abban a pillanatban, amikor sebessége 16,8 m/s?
b) Mekkora a test gyorsulása abban a pillanatban, amikor sebessége 16,8 m/s?
c) Mekkora munkát végez a közegellenállási erő a vizsgált 20,7 méteres szakaszon?
d) Határozza meg, hogy mekkora maximális sebességre gyorsulhat fel a test!
(Számoljunk g = 10 m/s² értékkel!)
(2005. október)

Megoldás:

Jelölések: $m = 0{,}4$ kg, $v_0 = 1$ m/s, $F_{k0} = 0{,}008$ N, $v = 16{,}8$ m/s, $h = 20{,}7$ m.

(A feladat megoldása során a közegellenállási erőt vagy arányosságból, vagy a C arányossági tényező meghatározása után, annak felhasználásával lehet számolni. A kétféle technika fizikai szempontból nem különbözik egymástól. A C arányossági tényező értéke:

$$C = \frac{F_{k0}}{v_o^2} = 0{,}008\,\frac{Ns^2}{m^2}.$$

Az alábbiakban, az elvárt megoldás leírásában mindkét technikát szerepeltetjük, de a tanulónak értelemszerűen elegendő az egyik technikát használni.)

a) *A közegellenállási erő meghatározása:*

3+1 pont
(bontható)

$$F_k = \frac{F_{ko}}{v_o^2} v^2 = Cv^2$$

$F_k = 2{,}258$ N.

(A C arányossági tényező esetleges meghatározását ezen részkérdésen belül értékeljük, amennyiben a jelölt a C értékéig eljut, de a közegellenállási erőt nem kapja meg, 2 pont adható!)

b) *A dinamika alaptörvényének alkalmazása a gyorsulás kiszámolása céljából:*

1+1+1 pont

$ma = mg - F_k$,

$$a = \frac{mg - F_k}{m},$$

$$a = 4{,}355\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}.$$

c) *A munkatétel alkalmazása, a közegellenállási erő munkájának kiszámítása:*

3+1 pont
(bontható)

$$\frac{1}{2}mv^2 = mgh + W_k,$$

$$W_k = \frac{1}{2}mv^2 - mgh,$$

$W_k = -26{,}35$ J.

(A munkatétellel ekvivalens, de más megformálású energetikai elemzés is elfogadható. Ha a tanuló $W_k = +26{,}35$ J -t ad meg végeredménynek, akkor erre a részkérdésre maximum 2 pont adható.)

d) *A maximális sebesség dinamikai feltételének felismerése:*

1 pont

A test sebessége akkor maximális, amikor gyorsulása zérusra csökken. Ekkor a közegellenállási erő nagysága a gravitációs erő nagyságával egyenlő.

A maximális sebesség meghatározása:

1+1+1 pont

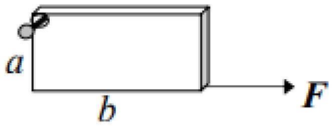
$$mg = \frac{v_{max}^2}{v_o^2} F_{ko} \quad \left(= C v_{max}^2 \right),$$

$$v_{max} = v_o \sqrt{\frac{mg}{F_{ko}}} \quad = \sqrt{\frac{mg}{C}} = \sqrt{\frac{0{,}4\,\mathrm{kg} \cdot 10\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}}{0{,}008\,\frac{\mathrm{Ns}^2}{\mathrm{m}^2}}},$$

$$v_{max} = 22{,}36\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}.$$

Összesen **15 pont**

3. **Egy a = 40 cm, b = 100 cm oldalhosszúságú, téglalap alakú, 30 dkg tömegű homogén lemezt az egyik csúcsánál egy vékony szöggel felfüggesztünk, a vele átellenes csúcsánál pedig vízszintes irányban úgy húzzuk F erővel, hogy a téglalap b oldala vízszintes legyen.**

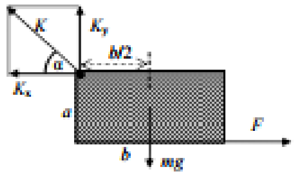


a) Mekkora az F húzóerő?
b) Mekkora és milyen irányú erővel hat a szög a lemezre? (A lemez és a szög között a súrlódás elhanyagolható, számoljunk $g = 10\ m/s^2$ nehézségi gyorsulási értékkel!)
(2006. május)

Megoldás:

Adatok: $a = 40$ cm, $b = 100$ cm,
$m = 30$ dkg $= 0,3$ kg.

a)
Helyes ábra készítése, a lemezre ható erők berajzolásával:



3 pont
(bontható)

(Amennyiben a rajz tartalmával megegyező gondolatmenet azonosítható a megoldás bármely részében, a 3 pont megadható.)

Annak megállapítása, hogy az egyensúly miatt a lemezre ható erők forgatónyomatékainak előjeles összege zérus.

1 pont

(Ha helyes egyenleteket ír fel később, a pont megadható.)

A forgatónyomatéki feltétel alkalmazása a szögre mint forgástengelyre vonatkoztatva:

1 pont

$$Fa - mg\frac{b}{2} = 0$$

Az F erő meghatározása:

$$F = \frac{b}{2a}mg = \frac{100\text{ cm}}{2 \cdot 40\text{ cm}} \cdot 0,3\text{ kg} \cdot 10\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

1pont

$$F = 3,75\text{ N}$$

1 pont

b)
Annak megállapítása, hogy az egyensúly miatt a lemezre ható erők vektorösszege zérus:

1 pont

(Ha helyes egyenleteket ír fel később, a pont megadható.)

Az erőkre vonatkozó feltétel alkalmazása, a szög által a lemezre kifejtett erő (K) nagyságának és irányának meghatározása:

$$K_x = F = 3,75\text{ N}$$

1 pont

$$K_y = mg = 3\text{ N}$$

1 pont

$$K = \sqrt{K_x^2 + K_y^2} = 4,80\text{ N}$$

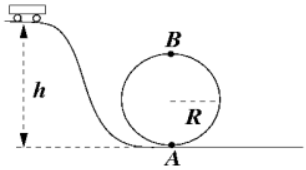
$$tg\alpha = \frac{K_y}{K_x} = 0,8 \quad \Rightarrow \quad \alpha = 38,66°$$

1 pont

(A K nagyságának és irányának meghatározása történhet a $\vec{K} = -(m\vec{g} + \vec{F})$ egyenlet vektorábrájának elemzése alapján is.
Felhasználható a megoldáshoz az is, hogy a forgatónyomatéki feltétel csak úgy teljesülhet, ha K hatásvonala átmegy az mg és az F hatásvonalainak metszéspontján.)

Összesen **12 pont**

4. **Egy vidámparkban a hullámvasút kocsija álló helyzetből indulva legurul egy lejtőn, majd pedig egy függőleges síkban lévő kör alakú pályán száguld végig. A lejtő magassága h = 30 m, a kör sugara R =10 m . (A súrlódás elhanyagolható, g =10 m/s^2 .)**



a) Mekkora a kocsi sebessége a körpálya alsó (A), illetve felső (B) pontján?

b) Mekkora erővel nyom egy m = 80 kg tömegű utast a kocsi ülése a körpálya alsó (A), illetve felső (B) pontján?

(2007. október)

Megoldás:

Adatok: $h = 30\,\text{m}$, $R = 10\,\text{m}$, $m = 80\,\text{kg}$, $g = 10\,\text{m/s}^2$.

a) *Az energiamegmaradás tételének alkalmazása a kocsi mozgására a körpálya alsó pontján és a sebesség kiszámítása:*

1+1 pont

A kocsi mozgási energiája egyenlő a helyzeti energia megváltozásával:

$$\frac{1}{2} m_{kocsi} \cdot v_A^2 = m_{kocsi} \cdot g \cdot h,$$

innen $v_A = \sqrt{2 \cdot g \cdot h} = 24{,}5\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$.

Az energiamegmaradás tételének alkalmazása a kocsi mozgására a körpálya felső pontján és a sebesség kiszámítása:

1+1 pont

$$\frac{1}{2} m_{kocsi} \cdot v_B^2 = m_{kocsi} \cdot g \cdot (h - 2R)$$

amiből $v_B = \sqrt{2 \cdot g \cdot (h - 2R)} = 14{,}1\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$.

b) *Az utasra ható erők egyensúlyának felírása a körpálya alsó, illetve felső pontján:*

1+1 pont

Az utasra ható gravitációs erő, illetve nyomóerő eredője a körpályán történő mozgáshoz szükséges centripetális erő.

Alul: $F_{cp}^A = F_{nyomó}^A - m_{utas} \cdot g$

Felül: $F_{cp}^B = F_{nyomó}^B + m_{utas} \cdot g$

(Megfelelő ábra is elfogadható.)

A centripetális erő kiszámítása a kocsi sebességéből a körpálya alsó, illetve felső pontján:

1+1 pont

Alul: $F_{cp}^A = m_{utas} \cdot \frac{v_A^2}{R} = 80\,\text{kg} \cdot 60\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 4800\,\text{N}$

Felül: $F_{cp}^B = m_{utas} \cdot \frac{v_B^2}{R} = 80\,\text{kg} \cdot 20\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 1600\,\text{N}$

A nyomóerő kiszámítása a körpálya alsó, illetve felső pontján:

1+1 pont

Alul: $F_{nyomó}^A = F_{cp}^A + m_{utas} \cdot g = 5600\,\text{N}$

Felül: $F_{nyomó}^B = F_{cp}^B - m_{utas} \cdot g = 800\,\text{N}$

Összesen 10 pont

5. **Elhanyagolható tömegű műanyag pohárba 400 g vizet öntöttünk. Ebbe rugós erőmérővel egy alumínium testet lógattunk bele. Ekkor a mérleg 420 g-ot, a rugós erőmérő pedig 0,6 N erőt mutat.**

a) Mekkora emelőerőt fejt ki a víz a testre?
b) Mekkora a test tömege?

$(g = 10\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2})$

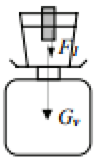
(2008. május id.)

Megoldás:

A mérlegre ható erők megállapítása és összevetése a mérleg által mutatott értékkel:

4 pont (bontható)

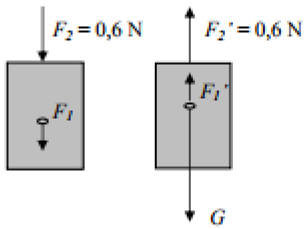
Mivel a mérleg 420 g-ot mutat, a víz tömege pedig 400 g, ezért a mérlegre még 20 g tömeg súlya is hat.
Az alumínium test tehát $F_1 = m \cdot g = 0{,}2$ N erővel nyomja az alátámasztást, vagyis a vizet.



Az alumínium testre ható erők megállapítása és a test súlyának vagy az egyensúly feltételének megfogalmazása:

3 pont (bontható)

A test a felfüggesztést $F_2 = 0{,}6$ N erővel húzza, ezért a test súlya $F_1 + F_2 = 0{,}8$ N. *a)* ábra
vagy:
A testre a rugós erőmérő F_2' ereje, a víz F_1' emelőereje és a G gravitációs erő hat. $G = F'_1 + F_2'$. *b)* ábra



a) ábra *b)* ábra

A test tömegének meghatározása:

1 pont

A test tömege $m = \frac{G}{g} = 80$ g.

A víz emelőerejének meghatározása:
F_1 ellenereje F_1', a víz emelőereje. $F_1' = F_1 = 0{,}2$ N.

2 pont

Összesen **10 pont**

2. megoldás:

A mérleg által 420 g tömeget mér, tehát $F = 4{,}2$ N erőt gyakorol a víz és a test együtt a mérlegre.
A mérleg és az erőmérő együtt tartják a vizet és az alumínium testet
4,2 N + 0,6 N = 4,8 N erővel.

4 pont
(bontható)

Ez az erő 480 g tömeg súlya. A víz tömege 400 g, ezért a test tömege 80 g.

2 pont
(bontható)

A test súlya 0,8 N. A testet 0,6 N erővel tartja az erőmérő, tehát 0,2 N erővel hat rá a víz.

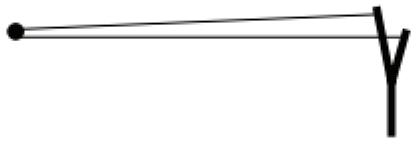
3 pont
(bontható)

Tehát a víz nyomóereje 0,2 N.

1 pont

Összesen **10 pont**

6. Egy csúzli két, egyenként D = 25 N/m rugóállandójú gumiból készült. Egy fiú a csúzliba egy m = 0,02 kg tömegű kavicsot tesz, és megfeszíti a csúzli gumijait. A kavics ekkor a talaj fölött 1,25 m magasan van, a gumik vízszintesek és eredeti hosszukhoz képest 40 cm-rel vannak megnyújtva. A fiú ezután elengedi a kavicsot és vízszintesen kilövi. (A légellenállás elhanyagolható, a gumikat tekintsük teljesen párhuzamosnak, a gumi nyújtatlan állapotában a kavics éppen a csúzli két ága között van, a kavics függőleges elmozdulásától eltekinthetünk, amíg a csúzlit el nem hagyja. g =10 m/s^2.)



a) Mekkora erővel tartja a fiú nyújtva a csúzlit, mielőtt lőne?
b) Milyen sebességgel repül ki a kő?
c) Milyen messze esik le vízszintes terepen?
(2009. május)
Megoldás:

Adatok: $D = 25\ \frac{\text{N}}{\text{m}}$, $m = 0{,}02$ kg, $h = 1{,}25$ m, $\Delta l = 40$ cm

a) *A csúzli kihúzásához szükséges erő meghatározása:*

1+1 pont

$F = 2 \cdot D \cdot \Delta l = 20$ N

b) *A mechanikai energia megmaradásának alkalmazása a kő kilövésére:*

3 pont

$\frac{1}{2} m \cdot v^2 = 2 \cdot \frac{1}{2} D \cdot \Delta l^2$.

(Ha a vizsgázó csak egyetlen gumiszálra vonatkoztatva írja föl a rugalmas erő munkáját – a rugalmas energia változását –, akkor 2 pont adandó!)

A kő sebességének meghatározása (rendezés és számítás) *:*

1 + 1 pont

$v = 20\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$

c) *A mozgás időtartamának meghatározása:*

1 + 1 pont

$h = \frac{g}{2} t^2$, amiből $t = \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}} = 0{,}5$ s az esési idő.

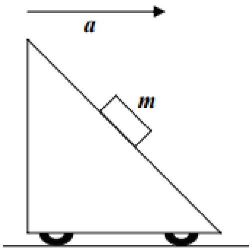
A vízszintes távolság felírása és kiszámítása:

1 + 1 pont

A vízszintes mozgás ideje megegyezik az esés idejével
$s = v \cdot t = 10$ m
(A szöveges magyarázat nem szükséges, ha a vizsgázó eleve a mozgás idejéről beszél, vagy a megoldásból ez nyilvánvalóan kiderül.)

Összesen: 11 pont

7. **Egy lejtőt vízszintesen a = 10 m/s^2 gyorsulással mozgatunk. A lejtőn egy m = 2 kg tömegű test a lejtőhöz képest nyugalomban marad, azzal együtt gyorsul. (g =10m/s^2)**



a) Mekkora a lejtő hajlásszöge, ha a lejtő és a test között nincsen súrlódás? Mekkora a nyomóerő, amit a lejtő kifejt a testre?
b) Mekkora tapadási együttható esetén lenne a test nyugalomban a lejtőn akkor is, ha a lejtő állna?
(2009. október)

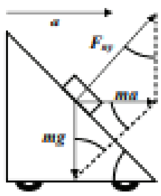
Megoldás:

Adatok: $m = 2$ kg, $a = 10\frac{m}{s^2}$, $g = 10\frac{m}{s^2}$

a) *értelmezés:*

3 pont (bontható)

A lejtő által kifejtett (merőleges) nyomóerő és a gravitációs erő eredője a testet gyorsító vízszintes erő.
(A teljes pontszám jár helyes rajz esetén is, amely a fenti megállapítást tartalmazza.)



A lejtő hajlásszögének meghatározása:

1 pont

Mivel $mg = ma$, ezért az ábrán bejelölt szögek egyenlők és 45°-osak.

A nyomóerő nagyságának meghatározása:

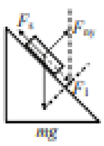
2 pont (bontható)

A nyomóerő nagysága egy egyenlőszárú, derékszögű háromszög átfogójaként határozható meg, ezért $F_{ny} = \sqrt{2} \cdot mg = 28$ N.
(Természetesen más gondolatmenet is elfogadható.)

b) *Az egyensúly feltételének megfogalmazása álló lejtőn tapadó test esetén:*

3 pont (bontható)

A gravitációs erő, a lejtő nyomóereje és a súrlódási erő egyensúlyt tart.
(A teljes pontszám jár helyes rajz esetén is, amely a fenti megállapítást tartalmazza.)



A tapadási együttható meghatározása:

2 pont (bontható)

$F_s \le \mu \cdot F_{ny}$ (Csak egyenlőséggel megfogalmazva is elfogadható.)
$F_s = F_1$ (F_1 a gravitációs erő lejtő irányú komponense vagy a gravitációs erő és a nyomóerő eredője.)
és $F_{ny} = F_1$, ezért $\mu \ge 1$.

Összesen: 11 pont

8. Műkorcsolya-gyakorlat közben az 50 kg tömegű hölgy 6 m/s sebességgel egyenes vonalú egyenletes mozgást végez. 75 kg tömegű párja vele párhuzamosan és azonos irányban 8 m/s-mal egyenletesen halad. Amikor a férfi a párja mellett elhalad, a kezét nyújtja, és együtt haladnak tovább egyenesen, az eredeti irányba. (g =10 m/s^2)

a) Mekkora lesz a közös sebességük, ha a jég és a korcsolyák közti súrlódás elhanyagolható?

b) Ha kicsit később mindketten fékeznek, és együtt csúszva 5 méter megtétele után egyenletesen lassulva megállnak, mekkora a fékezés során fellépő μ súrlódási együttható?

c) Mennyi ideig tart, amíg teljesen lefékeznek?

(2010. május)

Megoldás:

Adatok: $v_1 = 6\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$, $m_1 = 50\,\text{kg}$, $v_2 = 8\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$, $m_2 = 75\,\text{kg}$, $s_{\text{fék}} = 5\,\text{m}$, $g = 10\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

a) *A lendületmegmaradás felírása a rugalmatlan ütközésre és a közös sebesség kiszámítása:*

2 + 2 pont

$m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = (m_1 + m_2) \cdot v_{\text{közös}}$, amiből

$$v_{\text{közös}} = \frac{m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2}{m_1 + m_2} = 7{,}2\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

b) *A fékezés során fellépő gyorsulás nagyságának felírása és kiszámítása:*

2 + 1 pont

$$a = \frac{v_{\text{közös}}^2}{2 \cdot s_{\text{fék}}} = 5{,}18\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 5{,}2\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

A fékezés során fellépő súrlódási erő felírása és a súrlódási együttható kiszámítása:

1 + 1 pont

$F_{\text{fék}} = (m_1 + m_2) \cdot a_{\text{fék}} = (m_1 + m_2) \cdot \mu \cdot g$, amiből

$$\mu = \frac{a_{\text{fék}}}{g} = 0{,}52$$

(A dinamikai egyenlet felírása nem kötelező, amennyiben a súrlódási együttható felírása helyes, a teljes pontszám jár. Ha a vizsgázó a feladat ezen részét a munkatétel alapján oldja meg, akkor a munkatétel helyes felírása 3 pont, rendezés 1 pont, számítás 1 pont.)

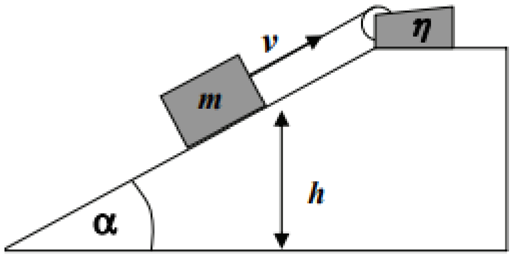
c) *A megálláshoz szükséges idő felírása és kiszámítása:*

1 + 1 pont

$$t = \frac{v_{\text{közös}}}{a_{\text{fék}}} = 1{,}38\,\text{s} = 1{,}4\,\text{s}$$

Összesen: 11 pont

9. Egy m tömegű testet egy elektromos csörlő állandó v sebességgel húz fölfelé egy lejtőn.
a) Mekkora a csörlő által felvett elektromos teljesítmény, ha motorjának hatásfoka η = 0,6 ?
b) Leállás után a vonóhorog kiakad, és a test kezdősebesség nélkül h = 10 m magasból visszacsúszik. Mennyi idő alatt ér vissza a lejtő aljára?



Adatok: a test tömege m =10 kg , sebessége v = 3m/s , a lejtő és a test közötti súrlódási együttható μ = 0,4 , a lejtő hajlásszöge α = 30 º és g = 10 m/s².
(2010. május id.)

Megoldás:

Adatok: $m = 10\,\text{kg}$, $v = 3\frac{\text{m}}{\text{s}}$, $\mu = 0{,}4$, $\alpha = 30^\circ$, $\eta = 0{,}6$, $h = 10\,\text{m}$ és $g = 10\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

a) *A testre ható erők egyensúlyának felírása:*

1 pont

(Megfelelő ábra is elfogadható.)

Az erők felírása és a húzóerő kiszámítása:

1 + 1 pont

$F_{húzó} = m \cdot g \cdot \sin\alpha + \mu \cdot m \cdot g \cdot \cos\alpha = 84{,}6\ \text{N}$

A csörlő által végzett hasznos teljesítmény felírása:

1 pont

$P_h = F_{húzó} \cdot v$

Az elektromos teljesítmény felírása és kiszámítása:

1 + 1 pont

$\eta \cdot P_{elektromos} = P_h$, $P_{elektromos} = 423\ \text{W}$

b) *A Newton-egyenlet felírása a testre:*

1 pont

Az erők felírása és a gyorsulás kiszámítása:

1 + 1 pont

$m \cdot a = m \cdot g \cdot \sin\alpha - \mu \cdot m \cdot g \cdot \cos\alpha$, $a = 1{,}54\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

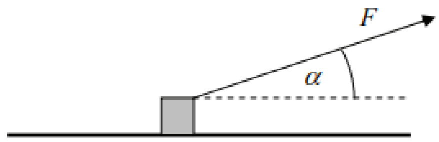
A lejtő aljáig megtett út felírása, a lecsúszáshoz szükséges idő felírása és kiszámítása:

1 + 1 + 1 pont

$t = \sqrt{\frac{2 \cdot s}{a}} = \sqrt{\frac{2 \cdot h}{a \cdot \sin\alpha}} = 5{,}1\ \text{s}$

Összesen: 12 pont

10. Egy m = 5 kg tömegű testet húzunk kötéllel, egyenletes sebességgel. A kötél a vízszintessel α = 30º-os szöget zár be, a súrlódási együttható a talaj és a test között μ = 0,1. (g =10m/s²)

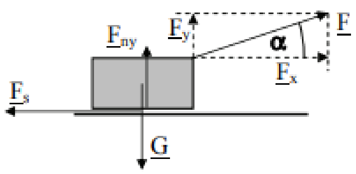


a) Mekkora a kötélben ébredő F erő?
b) Mekkora munkát végzünk s = 5 m úton?
(2010. október)

Megoldás:

Adatok: $m = 5$ kg, $\alpha = 30°$, $\mu = 0{,}1$, $s = 5$ m, $g = 10\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

a) *A testre ható erők felsorolása vagy felrajzolása:* **1 pont**



A kötélerő vízszintes és függőleges komponensekre bontása: **1 pont**

$F_x = F \cdot \cos\alpha$,
$F_y = F \cdot \sin\alpha$

Az egyenletes mozgás feltételének megfogalmazása a vízszintes és függőleges erőkre: **1+1 pont**

Egyenletes mozgás akkor jön létre, ha a vízszintes irányú erők is és a függőleges irányú erők is kiegyenlítik egymást.
$F_x = F_s$ *(1 pont)*
$F_{ny} + F_y = G$ *(1 pont)*
(Ha szöveges megfogalmazás nincs, de az egyenletek helyesek, akkor a 2 pont megadandó.)

A súrlódási erő felírása: **1 pont**

$F_s = \mu \cdot F_{ny}$

Az egyenletrendszer megoldása F-re: **4 pont (bontható)**

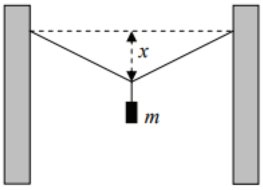
$F_{ny} = \frac{F_s}{\mu} = \frac{F_x}{\mu}$
$\frac{F_x}{\mu} + F_y = G$
$10 \cdot 0{,}866F + 0{,}5F = G$
$F = 0{,}11G = 5{,}5\text{N}$

b) *A kötélerő munkájának meghatározása:* **1 + 1 pont**

$W = F_x \cdot s = F \cdot \cos 30° \cdot s$ *(1 pont)*
(Ha $W = F \cdot s$ szerepel, akkor itt a 1 pont nem adható meg.)
$W = 23{,}8\text{ J} = 24\text{ J}$ *(1 pont)*

Összesen: 11 pont

11. Egy 100 cm hosszú rugalmas gumiszálat két, egymástól 100 cm távolságban lévő oszlop között vízszintesen rögzítünk és a közepére egy m = 1 kg tömegű testet akasztunk az ábrán látható módon. A test úgy nyújtja meg a gumiszálat, hogy a szál belógása x = 25 cm. (A gumiszál maga súlytalannak tekinthető.)
Mekkora lenne a gumiszál megnyúlása, ha az 1 kg tömeget függőleges helyzetben akasztanánk rá? (g = 10 m/s^2)



(2011. május)

Megoldás:

Adatok: x = 25 cm, l =100 cm, m = 1 kg, $g = 10\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

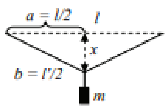
A gumiszál megnyúlásának kiszámítása az első esetben:

2 pont (bontható)

A gumiszál teljes hosszváltozása kiszámítható pl. a Pitagorasz-tétel segítségével. Az ábra jelöléseivel:

$b = \sqrt{a^2 + x^2} = 55{,}9\ \text{cm}$ (1 pont)

$\Delta l = 2b - l = 11{,}8\ \text{cm}$ (1 pont)

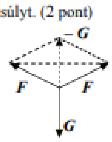


Az erőegyensúly megállapítása és a gumiszálban ébredő erő kiszámítása az első esetben:

6 pont (bontható)

A két szárban ébredő erő és a testre ható gravitációs erő *(mg = G)* tart egyensúlyt. (2 pont)

(Az erőegyensúly megállapítása szöveg nélkül, csak vektorábrával is elfogadható. A közölt rajzzal egyenértékű a vektorfelbontás alapján megfogalmazott egyensúly.)



Az egyik szárban ébredő F erő függőleges vetülete $G/2$ nagyságú (1 pont).

Az erőháromszög és a gumiszál által kifeszített háromszög hasonló (1 pont),

ezért $\frac{F}{G/2} = \frac{b}{x}$ (1 pont), amiből $F = 11{,}2\ \text{N}$ (1 pont).

(A hasonlósági számítás szögjelöléssel, illetve szögfüggvényeken keresztül is megadható. A gumiszál által kifeszített háromszögből $tg\alpha = 2$, amiből $\alpha = 63{,}4^\circ$, a vektorháromszögben pedig $F = \frac{G}{2\cos\alpha}$.)

A direkciós erő meghatározása:

2 pont (bontható)

Az egész gumiszálban F nagyságú erő ébred, ezért $F = D \cdot \Delta l$ (1 pont).

(Ha csak az egyik szár megnyúlását tekintjük az F erő hatására, akkor a fél gumiszálnak kétszer akkora a direkciós ereje, mint az egésznek, ezért a rugalmas megnyúlást az $F = 2D \cdot \frac{\Delta l}{2}$ egyenlőség írja le.)

$D = \frac{F}{\Delta l} = 95\frac{\text{N}}{\text{m}}$ (1 pont).

A függőleges gumiszál megnyúlásának kiszámítása:

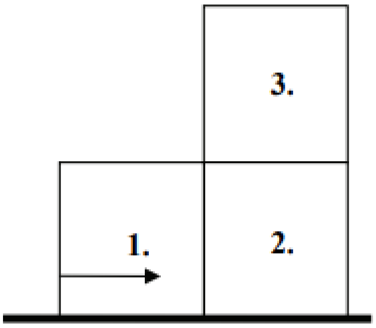
2 pont (bontható)

A teljes gumiszál Δl_2 megnyúlása G erő hatására történik, ezért $\Delta l_2 = \frac{G}{D} = 10{,}6\ \text{cm}$

(1+1 pont).

Összesen: 12 pont

12. Vízszintes, súrlódásmentes felületen kockák fekszenek – részben egymáson – az ábrának megfelelően. Mindegyikük 0,1 kg tömegű. A bal oldalon egyedül álló 1. kockát vízszintes irányú, balról jobbra ható, 0,9 N nagyságú erővel toljuk, és feltételezzük, hogy a tapadási súrlódás nem engedi meg, hogy a 3. kocka a 2. kockához képest elmozduljon.



a) Mekkora a kockák gyorsulása?
b) Mekkora az 1. és a 2. kocka között ható erő?
c) Milyen irányú és mekkora a 3. kockára ható tapadási erő?
(2012. október)

Megoldás:

Adatok: $m = 0{,}1$ kg, $F = 0{,}9$ N

a) *A kockák gyorsulásának meghatározása:*

A megadott tolóerő három kockát gyorsít, s ezek együtt gyorsulnak,

1 pont

tehát $a = \frac{F}{3 \cdot m} = 3 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

1 + 1 pont

b) *Az 1. és 2. kocka között ható erő felírása és kiszámítása:*

Az 1. és 2. kocka között ható erő két kockát gyorsít (a 2. kockát közvetlenül, a 3. kockát közvetve a tapadási erőn keresztül),

2 pont

tehát $F_{1,2} = 2m \cdot a = 0{,}6$ N

1 + 1 pont

c) *A 3. kockára ható tapadási erő nagyságának és irányának meghatározása:*

A 3. kockát kizárólag a 2. és 3. kocka közt ébredő tapadási erő gyorsítja,

2 pont

tehát $F_{\text{tapadás}} = m \cdot a = 0{,}3$ N

1 pont

Iránya a gyorsulás irányába mutat (balról jobbra).

1 pont

Összesen 11 pont

13. Egy m = 10 kg tömegű létrát ferdén a falnak támasztunk. A létra és a talaj közötti súrlódási együttható 0,5. A létra és a fal közötti súrlódás elhanyagolható. (A létra tömegközéppontja hosszának felénél van.)
a) Készítsen ábrát, amely a létrára ható erőket ábrázolja! Mekkora szögben lehet az üres létrát a falhoz támasztani anélkül, hogy megcsúszna?
b) A létrát úgy támasztjuk a falhoz, hogy a vízszintessel 60°-os szöget zár be. Hosszának hányad részéig mászhat fel rá egy 50 kg-os ember, mielőtt a létra megcsúszna?
(2013. május)

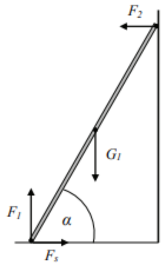
Megoldás.

Adatok: $m = 10$ kg, $\mu = 0{,}5$, $M = 50$ kg, $\alpha = 60°$, $g = 10\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$

a) A létrára ható erőket ábrázoló rajz elkészítése:

2 pont (bontható)

A létrára ható függőleges erőpár (F_1, G_1), illetve vízszintes erőpár (F_2, F_s) feltüntetése a rajzon 1-1 pontot ér.



A statikai egyensúly feltételeinek felírása az első esetben:

4 pont (bontható)

$F_1 = G_1 = m \cdot g$ (1 pont), $F_2 = F_s$ (1 pont),

$G_1 \cdot \frac{l}{2} \cdot \cos\alpha - F_2 \cdot l \cdot \sin\alpha = 0$ (2 pont).

(A legpraktikusabb a létra talajon támaszkodó végpontjára vonatkozó forgatónyomatékokat felírni, de természetesen bármely más pontra is elfogadható, amennyiben a felírás helyes. A fenti, már az erőkarok konkrét hosszát is tartalmazó felírás ér 2 pontot, egy általános felírás, pl. $M_{G1} - M_{F2} = 0$, vagy $G_1 \cdot k_1 - F_2 \cdot k_2 = 0$ az erőkarok hosszának megadása nélkül önmagában csak 1 pontot ér.)

A keresett szög kiszámítása:

2 pont (bontható)

A határszögnél $F_2 = F_s \le \mu \cdot F_1 = \mu \cdot G_1$ (1 pont), amiből

$\mathrm{tg}\,\alpha \ge \frac{1}{2 \cdot \mu} \Rightarrow \alpha_{min} = 45°$ (1 pont).

b) A statikai egyensúly feltételeinek felírása a második esetben:

3 pont (bontható)

A létrára ható függőleges erők: $F_1' = G_1 + G_2 = m \cdot g + M \cdot g$ (1 pont).
A forgatónyomatékok egyensúlya:

$G_1 \cdot \frac{l}{2} \cdot \cos\alpha + G_2 \cdot l' \cdot \cos\alpha = F_2' \cdot l \cdot \sin\alpha$ (1 pont),

$F_2' = F_S' \le \mu \cdot (G_1 + G_2)$ (1 pont)

ahol l' az a hossz, ameddig az ember a létrán fölmászhat.

A keresett arány kiszámítása:

3 pont (bontható)

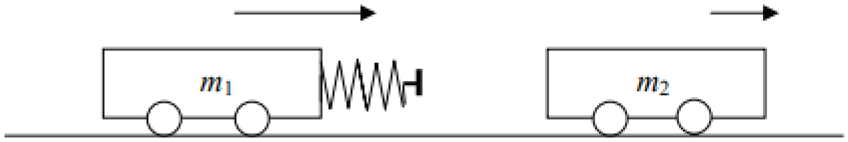
$$\frac{l'}{l} \le \frac{\mu \cdot (G_1 + G_2) \cdot \sin\alpha - \frac{G_1}{2} \cdot \cos\alpha}{G_2 \cdot \cos\alpha} = \frac{300\,\mathrm{N} \cdot \sqrt{3} - 50\,\mathrm{N}}{500\,\mathrm{N}} = 0{,}94$$

(rendezés + behelyettesítés + számítás, 1 + 1 + 1 pont).

(Ha a vizsgázó csak a határhelyzetet vizsgálta, s ez a megoldásból kiderül, a teljes pontszám megadandó.)

Összesen 14 pont

14. Két kiskocsi az ábrán látható módon összeütközik úgy, hogy a gyorsabb kocsi utoléri a lassabbat. A gyorsabb kocsi elején egy összenyomásra ideálisan viselkedő rugó található, így a kocsik ütközése tökéletesen rugalmas. (A súrlódás elhanyagolható.)



a) Az ütközés folyamán egy pillanatra a két kocsi sebessége azonos lesz. Mekkora ez a sebesség?
b) Mennyire közelíti meg egymást a két kiskocsi az ütközés folyamán abban a pillanatban, amikor a sebességük egyenlő?
c) Mekkora lesz a kiskocsik sebessége az ütközés után?

Adatok: $m_1 = 0,1$ kg, $v_1 = 0,4$ m/s, $m_2 = 0,2$ kg, $v_2 = 0,1$ m/s; a rugó nyújtatlan hossza $l_0 = 3$ cm, $D = 60$ N/m. (A rugó tömege elhanyagolható.)

(2013. május id.)

Megoldás:

Adatok: $m_1 = 0,1$ kg, $v_1 = 0,4$ m/s, $m_2 = 0,2$ kg, $v_2 = 0,1$ m/s;
a rugó nyújtatlan hossza $l_0 = 3$ cm, $D = 60$ N/m

a) A kocsik közös sebességének felírása és kiszámítása:

3 pont
(bontható)

A lendületmegmaradás törvényét a kocsik sebességére alkalmazva a közös sebességre

$$m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = (m_1 + m_2) \cdot v_k \rightarrow v_k = 0,2\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

adódik. (képlet + számítás, 2 + 1 pont)

b) Az együttmozgás pillanatában a rugóban tárolt energia felírása és kiszámítása:

4 pont
(bontható)

Az együttmozgás pillanatában a kocsik mozgási energiája kevesebb, mint ütközés előtt, a hiányzó energiát a rugó tárolja:

$$\Delta E = \left(\frac{1}{2}m_1 \cdot v_1^2 + \frac{1}{2}m_2 \cdot v_2^2\right) - \frac{1}{2}(m_1 + m_2) \cdot v_k^2 = \frac{1}{2}D \cdot x^2 = 0,003\text{ J}$$

(képlet + számítás, 2 + 2 pont)
Amennyiben a vizsgázó egyértelműen utal rá, hogy a rugó energiáját a mozgási energiák különbségeként lehet megkapni, de számításokat nem végez, 1 pont adandó.

Annak megadása, hogy a kocsik mennyire közelítik meg egymást a kérdéses pillanatban:

2 pont
(bontható)

A rugó energiájából a rugó összenyomódására $x = 0,01$ m = 1 cm adódik (1 pont),
tehát a két kiskocsi $l_0 - x = 2$ cm-re közelíti meg egymást (1 pont).

c) A kocsik ütközés utáni sebességének megadása:

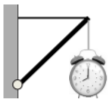
3 pont
(bontható)

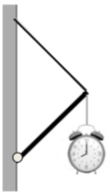
Mivel a rugalmas ütközés során a kocsik sebessége ugyanannyit változik a rugó szétlökődése folyamán, mint az összenyomódása folyamán (1 pont), ezért

$u_1 = v_1 + 2 \cdot (v_k - v_1) = 0\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$ (1 pont), illetve $u_2 = v_2 + 2 \cdot (v_k - v_2) = 0,3\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$ (1 pont).

Összesen **12 pont**

15. **Egy cégért szeretnénk kihelyezni az újonnan nyílt órásüzlet ajtaja fölé a házfalra. Ehhez egy 1 m hosszú rudat csuklósan a falhoz rögzítünk, és a végét egy vékony huzallal vízszintesen a falhoz kötjük. A rúd végére egy fonál segítségével függesztjük fel az m = 8 kg súlyú cégért. A rúd 45°-os szöget zár be a ház falával. A rúd és a huzal súlya a cégér súlyához képest elhanyagolható.**





a) Mekkora erő ébred a rúdban és a huzalban?
b) Tegyük fel, hogy a vízszintes huzal helyett egy másik, a rúddal azonos hosszúságú huzalt használunk arra, hogy a ferde rudat változatlan helyzetben a ház falához erősítsük. Mekkora erő ébred a huzalban és a rúdban ekkor, ha a huzal pontosan merőleges a rúdra? (g= 10 m/s^2)
(2015. május id.)

Megoldás:

Adatok: $m = 8$ kg, $g = 9{,}8\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

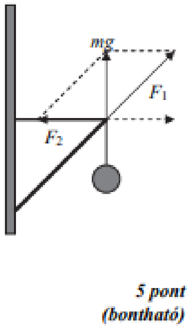
a) Az erők nagyságának felírása és kiszámítása az első esetben:

5 pont
(bontható)

Mivel a rúd súlytalan, a rúdban ébredő erő rúd irányú (a hatásvonala átmegy a csuklón) (1 pont). A rúdban ébredő erő és a huzal által a fonal végére kifejtett erő eredőjének nagysága $F_e = m \cdot g = 78{,}4$ N és függőlegesen fölfelé mutat (1 pont).
A rúdban ébredő erő függőleges komponense $F_1 \cdot \cos 45° = 78{,}4$ N (1 pont)
tehát $|F_1| = 111$ N (1 pont).

Mivel a vízszintes huzalban ható erő nagysága a rúdban ható tolóerő vízszintes komponensének nagyságával egyezik meg, $|F_2| = |F_1| \cdot \sin 45° = 78{,}4$ N (1 pont).

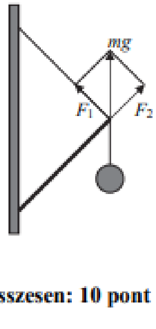
(A különböző erők komponensei közti viszonyt nem szükséges leírni, egy megfelelő ábrával is lehet szemléltetni. Amennyiben a fenti relációk leolvashatóak róla, a teljes pontszám jár. Pl. ld. az ábra. Amennyiben a vizsgázó nem indokolta meg, hogy miért rúdirányú a rúdban ébredő erő, de a megoldás során helyesen járt el, 1 pontot kell levonni. Ha a vizsgázó $g = 10$ m/s^2 értékkel számolt, teljes pontszám adható.)



b) Az erők nagyságának felírása és kiszámítása a második esetben:

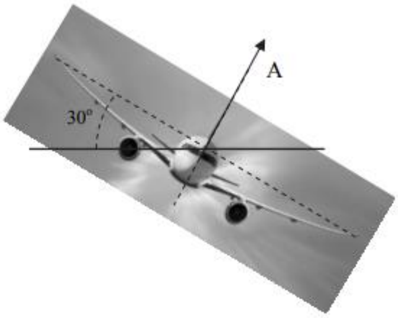
5 pont
(bontható)

Mivel az eredő megint $F_e = m \cdot g = 78{,}4$ N (1 pont),
és most mindkét erő 45°-os szöget zár be a függőlegessel,
$|F_1| = |F_2|$ (2 pont) és
$F_1 \cdot \cos 45° = F_1 \cdot \cos 45° = \frac{1}{2} \cdot 78{,}4$ N (1 pont),
tehát $|F_1| = |F_2| = 55{,}4$N (1 pont).



Összesen: 10 pont

16. Egy leszálláshoz készülődő repülőgép megdőlve, nagy ívű kanyart leírva fordul a repülőtér irányába. A repülőgép sebessége v = 300 km/h, tömege utasokkal 200 tonna.



a) Mekkora sugarú köríven kanyarodik a repülőgép, ha dőlése 30°?
b) Mekkora ekkor a gépre ható aerodinamikai felhajtóerő? (A repülőgép jó közelítéssel egyenletes körmozgást végez, a rá ható aerodinamikai felhajtóerő az ábrán az A betűvel jelzett irányba mutat. g = 9,8 m/s^2)
(2015. október)

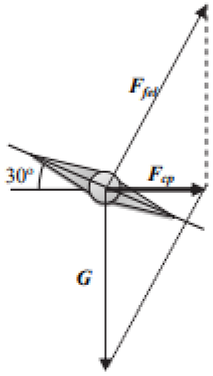
Megoldás:

Adatok: $g = 9{,}8\ \mathrm{m/s^2}$, $m = 2\cdot 10^5$ kg, $v = 300\dfrac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}} = 83{,}3\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$, $\alpha = 30°$.

a) *A repülőgép által leírt körpálya sugarának meghatározása:*

5 pont (bontható)

A repülőgépre a gravitációs erő, illetve a felhajtóerő hat, ezek eredője a vízszintes centripetális erő (2 pont). (Ezt a felismerést nem szükséges leírni, megfelelő ábra is elfogadható, amelyen a repülőgépre ható erők fel vannak tüntetve.)



A 30°-os megdőlés miatt a mellékelt ábra szerint:

$$F_{cp} = m\frac{v^2}{R} = G\cdot \mathrm{tg}30° \rightarrow R = \frac{m\cdot v^2}{G\cdot \mathrm{tg}30°} = \frac{v^2}{g\cdot \mathrm{tg}30°} = 1230\ \mathrm{m}$$

(képlet + számítás, 2 + 1 pont)

b) *A repülőgépre ható felhajtóerő meghatározása:*

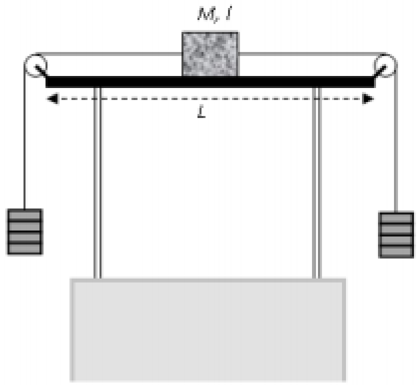
5 pont (bontható)

Mivel a felhajtóerő függőleges komponense tart egyensúlyt a súlyerővel (2 pont),

$$F_{fel} = \frac{G}{\cos 30°} = 2{,}26\cdot 10^6\ \mathrm{N}$$ (képlet + számítás, 2 + 1 pont).

Összesen: 10 pont

17. Egy M = 12 kg tömegű, l = 20 cm hosszú tégla egy L = 2 m hosszú asztal lapján éppen középen helyezkedik el a mellékelt ábrán látható módon. A téglához mindkét oldalról csigán átvetett fonalat rögzítünk, amelyek végén mindkét oldalon 4-4 db, m = 1 kg tömegű test függ. A tégla és az asztallap között a csúszási és a tapadási súrlódási együttható megegyezik, értéke μ = 0,2. A fonalak és a csigák ideálisnak tekinthetők.



a) Legkevesebb hány testet kell áthelyeznünk a bal oldali kötél végéről a jobb oldali kötélre, hogy a test elinduljon?
b) Mekkora munkát végzünk, miközben az eredeti állapotból kiindulva, a bal oldali kötelet húzva a tégla elér az asztallap széléig? (g= 9,81 m/s)
(2016. október)
Megoldás:

Adatok: $M = 12$ kg, $l = 20$ cm, $L = 2$ m, $m = 1$ kg, $\mu = 0{,}2$, $g = 9{,}8\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

a) A téglára ható súrlódási erő maximumának meghatározása:

2 pont (bontható)

$S = \mu \cdot M \cdot g = 23{,}5$ N (képlet + számítás, 1 + 1 pont).

Az áthelyezendő testek számának meghatározása:

2 + 2 pont (bontható)

$(4 - x)\,mg = K_1$

$(4 + x)\,mg = K_2$

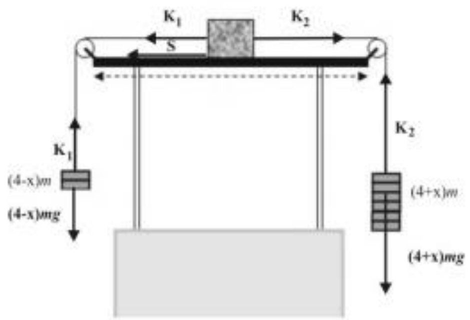
(Egyenletek felírása: 2 pont)

$K_2 > K_1 + S$, vagyis

$(4 + x)\,mg > (4 - x)\,mg + S$,

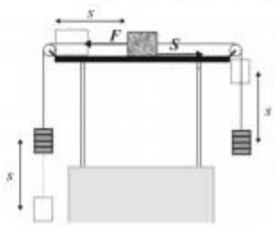
ahonnan

$x > 1{,}2$, tehát legalább 2 testet kell áthelyeznünk. (Áthelyezendő testek számának meghatározása: 2 pont.)



b) Annak felismerése, hogy az eredeti állapotban csak a súrlódási erő ellen kell munkát végezni, mert a két oldalon lelógó testek súlyai kiegyenlítik egymást, és a rendszer összes helyzeti energiájának megváltozása nulla:

2 pont



A felismerést nem feltétlenül szükséges leírni, ha valaki egyértelműen ennek megfelelően számol, vagy a gondolatmenetet ábrával támasztja alá, a teljes pontszám jár.

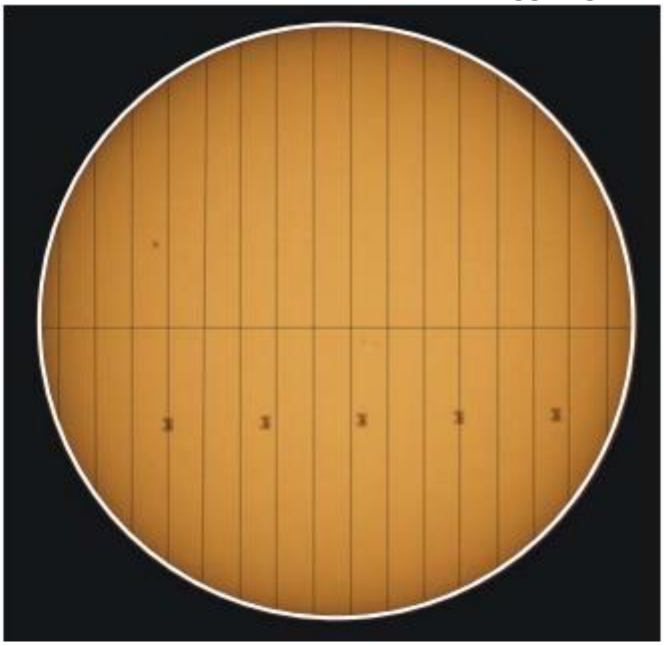
A munka felírása és kiszámítása:

1 + 1 pont

$W = M \cdot g \cdot \mu \cdot s = 23{,}5\ \text{N} \cdot 0{,}9\ \text{m} = 21{,}2$ J.

Összesen: 10 pont

18. **Az alábbi sorozatfelvételt egy földi megfigyelő készítette. A képen a napkorong előtt elhaladó Nemzetközi Űrállomást (International Space Station, ISS) figyelhetjük meg. Az expozíciók 0,1 másodpercenként követték egymást. Az eredeti felvételre centiméterenként függőleges vonalakat rajzoltunk.**



a) Határozza meg az ISS keringési sebességét, és állapítsa meg, hogy a felvételen milyen mértékben kicsinyítették az ISS pályáját! Tudjuk, hogy a Föld tömege $5{,}97 \cdot 10^{24}$kg, a Föld sugara 6370 km, az ISS a Föld felszínétől 360 km távolságban, körpályán kering.

b) Állapítsa meg a Nap kicsinyítésének mértékét a felvételen, ha tudjuk, hogy a Nap átmérője $1{,}39 \cdot 10^{6}$ km!

c) Magyarázza meg, hogy a fényképen miért eltérő a két objektum kicsinyítésének mértéke!

$$(\gamma = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \frac{\mathrm{N} \cdot \mathrm{m}^2}{\mathrm{kg}^2})$$

(2016. október)

Megoldás:

Adatok: $M = 5{,}97 \cdot 10^{24}$ kg, $R = 6370$ km, $h = 360$ km, $D_{Nap} = 1{,}39 \cdot 10^6$ km,
$\gamma = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \frac{N \cdot m^2}{kg^2}$.

a) Az ISS látszólagos sebességének meghatározása:

2 pont
(bontható)

Például az ISS két, a fényképen jelölt függőleges vonalra eső helyzetét felhasználva:
$\Delta x = 8$ cm, $\Delta t = 0{,}3$ s (1 pont).

$v_{látszólagos} = 26{,}67$ cm/s $= 0{,}267$ m/s (1 pont).

Az ISS valódi sebességének meghatározása:

5 pont
(bontható)

A dinamikai feltétel felírása a körpályán mozgó űrállomásra:

$$\frac{\gamma \cdot M}{(R+h)^2} = \frac{v^2}{(R+h)}$$

(A centripetális gyorsulás = gravitációs gyorsulás felismerés 1 pontot, a helyesen felírt bal, illetve jobb oldal 1-1 pontot ér).

$$v = \sqrt{\frac{\gamma \cdot M}{R+h}} = 7692\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$ (rendezés+számítás, 1+1 pont).

A kicsinyítés mértékének meghatározása:

2 pont
(bontható)

$$K = \frac{v}{v_{látszólagos}} \approx 29000,$$

azaz a kicsinyítés mértéke 1:29000 (képlet + számítás, 1 + 1 pont)

b) A Nap kicsinyítésének meghatározása:

3 pont
(bontható)

Mivel a fényképen a Nap látszólagos mérete $D_{látszólagos} = 16{,}5$ cm (1 pont),

$$K' = \frac{D}{D_{látszólagos}} = 8{,}4 \cdot 10^9,$$

azaz a kicsinyítés mértéke $1{:}8{,}4 \cdot 10^9$ (képlet + számítás, 1 + 1 pont).

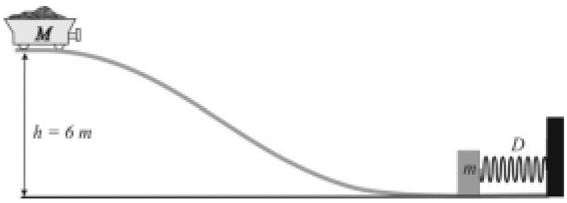
c) A kicsinyítések közti különbség magyarázata:

2 pont

A Nap átmérőjének kicsinyítése sokkal nagyobb, mint az ISS pályájának kicsinyítése, mert a Nap sokkal távolabb van a megfigyelőtől, mint az ISS.

Összesen: 14 pont

19. Egy bányában egy M = 200 kg tömegű csille (sínen guruló teherkocsi) elszabadult, és legurult egy h = 6 m magas lejtőről. A lejtő alján egy m = 150 kg tömegű ütköző test állította meg, amely egy D = 150000 N/m rugóállandójú rugóhoz volt erősítve. A kocsi és az ütközőtest találkozását pillanatszerű, tökéletesen rugalmatlan ütközésnek tekinthetjük.



a) Határozza meg, hogy az ütközés következtében mekkora volt a rugó maximális összenyomódása!
b) Az ütközés után a rugó milyen magasra lökte vissza a kocsit a lejtőn?
(A folyamat során a súrlódást elhanyagolhatjuk, a kocsi és az ütközőtest az ütközés következtében nem ragad össze. $g = 9{,}8 m/s^2$)
(2017. május id)

Megoldás:

Adatok: $h = 6$ m, $M = 200$ kg, $m = 150$ kg, $D = 150000$ N/m, $g = 9{,}8\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

a) *A kocsi sebességének meghatározása a lejtő alján:*

2 pont (bontható)

$v = \sqrt{2g \cdot h} = 10{,}84\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$ (képlet + számítás, 1 + 1 pont)

A lendületmegmaradás alkalmazása a kocsi és az ütközőtest ütközés utáni sebességének meghatározására:

4 pont (bontható)

$v \cdot M = v' \cdot (M + m)$ (2 pont), amiből

$v' = v \cdot \frac{M}{M + m} = 6{,}20\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$ (rendezés + számítás, 1 + 1 pont).

Az energiamegmaradás alkalmazása a rugó összenyomódásának meghatározására:

4 pont (bontható)

$\frac{1}{2}(M + m) \cdot v'^2 = \frac{1}{2} D \cdot \Delta l^2$ (2 pont),

$\Delta l = \sqrt{\frac{(M + m) \cdot v'^2}{D}} = 0{,}3$ m (rendezés + számítás, 1 + 1 pont).

b) *Annak felismerése, hogy a visszapattanó kocsit a rugó pontosan ugyanakkora sebességre gyorsítja, mint amivel az ütközés után a rugó összenyomását megkezdte:*

2 pont

$|v''| = |v'|$ (Az abszolút értékre való utalás nélkül is teljes pontszám jár.)

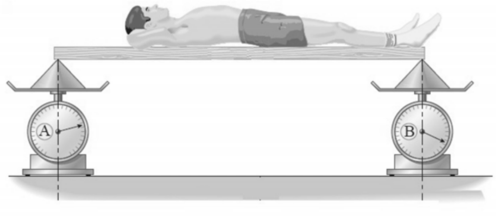
A keresett magasság meghatározása:

2 pont (bontható)

$h' = \frac{(v'')^2}{2g} = 1{,}96$ m (képlet + számítás, 1 + 1 pont)

Összesen: 14 pont

20. Egy gyerek tömegközéppontjának helyét szeretnénk meghatározni. Ebből a célból egy vízszintes, homogén, 2,2 m hosszú deszkára fektetjük, melynek két vége egy-egy mérlegre támaszkodik. Kezdetben mindkét mérleg 120 N erőt mutat. Ezután a gyereket felfektetjük a deszkára úgy, hogy a talpa a B mérleg felett legyen. Ekkor az A mérleg 454 N, a B mérleg 521 N erőt jelez. g = 9,8 m/s²



(Forrás: Gimbattista-Richardson-Richardson: College Physics)

a) Mekkora a deszka tömege?
b) Mekkora a gyerek tömege?
c) Milyen messze van a gyerek tömegközéppontja a talpától az ábrán látható testhelyzetben?
(2017. október)

Megoldás:

Adatok: $L = 2{,}2$ m, $F_A = F_B = 120$ N, $F'_A = 454$ N, $F'_B = 521$ N, $g = 9{,}8\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

a) *A deszka tömegének meghatározása:*

3 pont (bontható)

$m \cdot g = F_A + F_B$, amiből $m = \dfrac{2 \cdot 120\text{ N}}{g} = 24{,}5\text{ kg}$

(képlet + rendezés + számítás, 1 + 1 + 1 pont).

b) *A gyerek tömegének meghatározása:*

3 pont (bontható)

$M \cdot g = F_A' - F_A + F_B' - F_B$, amiből $M = \dfrac{735\text{ N}}{g} = 75\text{ kg}$

(képlet + rendezés + számítás, 1 + 1 + 1 pont).

c) *A nyomatékegyenlet helyes felírása a deszkán fekvő gyerek esetén:*

3 pont

A gyerek tömegközéppontjának talpától vett távolságát *l*-el jelölve és a nyomatékegyenletet a *B* jelű mérlegre mint forgáspontra felírva:

$M \cdot g \cdot l = (F_A' - F_A) \cdot L$

(Bármilyen más helyes felírás, pl. a tömegközéppontra vagy az *A* jelű mérlegre vonatkozó nyomatékegyenlet is teljes pontot ér.)

A keresett távolság meghatározása a nyomatékegyenletből:

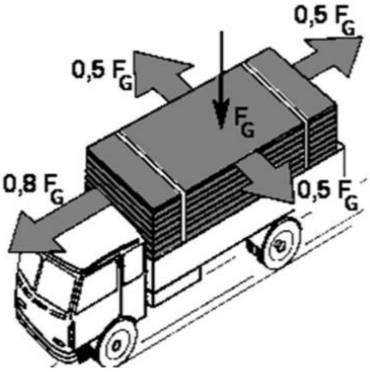
3 pont (bontható)

$l = \dfrac{(F_A' - F_A) \cdot L}{M \cdot g} = \dfrac{334}{735} \cdot 2{,}2\text{ m} = 1\text{ m}$

(rendezés + behelyettesítés + számítás, 1 + 1 + 1 pont)

Összesen: 12 pont

21. **A mellékelt ábra egy szállítmányozási szakportálról való. Azt mutatja, hogy ha egy teherautó rakományt szállít, a rakomány mekkora megengedett maximális erővel terhelheti a teherautót a különböző irányokban. Előre a súlyának maximum 0,8-szorosával, hátra és oldalra pedig a felével.**



a) Egy teherautó az autópályán 90 km/h sebességgel halad. Mekkora a fékútja a teljes megállásig, ha kihasználja a rakomány által megengedett legnagyobb lassulást? (A sofőr reakcióidejétől tekintsünk el!)
b) Legfeljebb mekkora sebességgel hajthat be a teherautó egy 80 m sugarú kanyarba? (g= 9,81 m/s^2)
(2018. május)

Megoldás: (10 pont)

Adatok: v = 90 km/h, r = 80 m, $g = 9{,}8\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

a) *A maximális lassulás meghatározása:*

2 pont (bontható)

$a_{max} = 0{,}8 \cdot g = 7{,}84\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

A keresett fékút meghatározása:

3 pont (bontható)

$s = \dfrac{v^2}{2a_{max}} = 39{,}9\text{ m} \approx 40\text{ m}$ (képlet + számítás, 2 + 1 pont).

b) *A kanyarodó autó maximális centripetális gyorsulásának meghatározása:*

2 pont (bontható)

$a_{cp} = 0{,}5 \cdot g = 4{,}9\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

A maximális kanyarsebesség meghatározása:

3 pont (bontható)

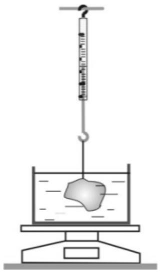
$a_{cp} = \dfrac{v^2}{r} \rightarrow v_{max} = \sqrt{r \cdot a_{cp}} = 19{,}8\,\frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 71\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$
(képlet + rendezés + számítás, 1 + 1 + 1 pont).

(Amennyiben a vizsgázó nem jelzi külön, hogy a maximumokkal számol, a teljes pontszám akkor is megadandó.)

Összesen: 10 pont

22. Egy mérlegre helyezett, A = 150 cm^2 keresztmetszetű, 0.5 kg súlyú edénybe 20 cm magasságig vizet töltünk. A vízbe egy rugós erőmérőre rögzített, 7,9 kg tömegű vasdarabot engedünk úgy, hogy az teljesen elmerül, de nem ér hozzá az edény aljához. Mennyit mutat ekkor a mérleg, illetve a rugós erőmérő?

$(g = 9{,}8\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}, \rho_{víz} = 1\,\frac{\text{kg}}{\text{l}}, \rho_{vas} = 7{,}9\,\frac{\text{kg}}{\text{l}})$



(2018. május II.)

Megoldás: (12 pont)

Adatok: $A = 150\ \text{cm}^2$, $h = 20\ \text{cm}$, $m = 0{,}5\ \text{kg}$, $M = 7{,}9\ \text{kg}$, $g = 9{,}8\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$, $\rho_{víz} = 1\,\frac{\text{kg}}{\text{l}}$, $\rho_{vas} = 7{,}9\,\frac{\text{kg}}{\text{l}}$

.

Annak felismerése, hogy a mérleg által mutatott érték az edény és a víz súlyának, továbbá a vasdarabra ható hidrosztatikus felhajtóerőnek az összege:

3 pont

$F_1 = G_{víz} + G_{edény} + F_{fel}$

(A felismerést nem szükséges explicit módon leírni: amennyiben a vizsgázó egyértelműen ennek megfelelően számol, a három pont jár.)

A mérleg által mutatott erő meghatározása:

6 pont (bontható)

A víz súlya: $G_{víz} = \rho_{víz} \cdot A \cdot h \cdot g = 3\ \text{kg} \cdot g = 29{,}4\ \text{N}$ (képlet + számítás, 1 + 1 pont)

A vasdarabra ható felhajtóerő: $F_{fel} = \dfrac{M}{\rho_{vas}} \rho_{víz} \cdot g = 9{,}8\ \text{N}$ (képlet + számítás, 2 + 1 pont)

A mérleg által mutatott érték tehát: $F_1 = 29{,}4\ \text{N} + 4{,}9\ \text{N} + 9{,}8\ \text{N} = 44{,}1\ \text{N}$ (1 pont).

Az erőmérő által mutatott érték meghatározása:

3 pont (bontható)

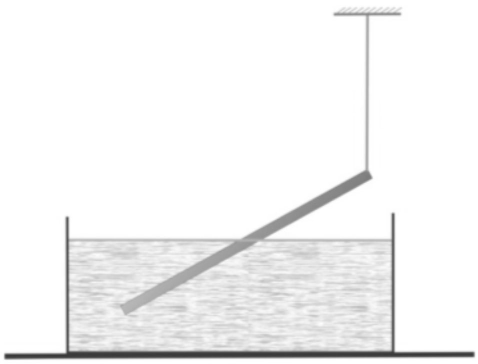
$F_2 = G_{vas} - F_{fel}$ (2 pont),

azaz $F_2 = 77{,}4\ \text{N} - 9{,}8\ \text{N} = 67{,}6\ \text{N}$ (1 pont).

Összesen: 12 pont

23.

Az ábrán látható, a végén függőleges helyzetű kötéllel felfüggesztett, egyensúlyban lévő, 0,5 kg tömegű, vékony, homogén rúd hosszának feléig vízbe merül.



Mekkora a kötélerő? Mekkora a rúd sűrűsége?

$g = 9,8\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$, $\rho_{víz} = 1\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$

(2019. május id.)

Megoldás:

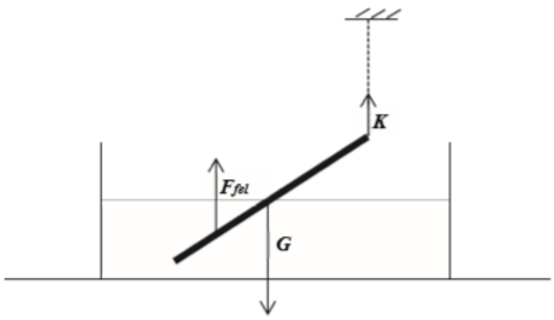
Adatok: $m = 0,5$ kg, $g = 9,8\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$, $\rho_{víz} = 1\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$

A kötélerő meghatározása:

7 pont
(bontható)

A rúdra ható erőket támadáspont-jaikkal és hatásvonalukkal helyesen bemutató ábra készítése: 2 pont.

(Nem feltétlenül szükséges ábrát készíteni, amennyiben később, pl. a nyomatékegyenlet felírásakor az erők és erőkarok viszonya helyes, a teljes pontszám jár.)



A nyomatékegyenlet helyes felírása a rúd egyensúlyi helyzetére: 2 pont.

Pl. a rúd felső végére mint forgáspontra vonatkoztatva, a rúd hosszát l -el jelölve

$F_{fel} \cdot \frac{3l}{4} = G \cdot \frac{l}{2}$ vagy $F_{fel} \cdot \frac{3l}{4} \cdot \cos\alpha = G \cdot \frac{l}{2} \cdot \cos\alpha$.

(Ha a nyomatékegyenletet a hajlásszög nélkül írja fel a vizsgázó, s nem is utal a hajlásszög szerepére, 1 pontot kell levonni!)

Ebből $F_{fel} = \frac{2}{3} \cdot G$ (1 pont) $\Rightarrow K = G - F_{fel} = \frac{1}{3} \cdot G = 1,63$ N (képlet + számítás, 1 + 1 pont).

A rúd sűrűségének meghatározása:

5 pont
(bontható)

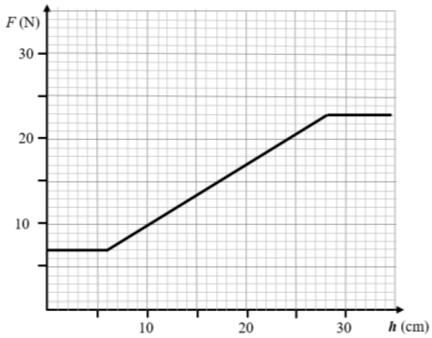
Mivel $F_{fel} = \rho_{víz} \cdot g \cdot V / 2$ (1 pont) – V a rúd térfogata – és $\rho_{rúd} \cdot g \cdot V = m \cdot g$ (1 pont),

ezek hányadosából:

$\frac{\rho_{rúd}}{\rho_{víz}} = \frac{m \cdot g}{2 \cdot F_{fel}}$ (1 pont) $\Rightarrow \rho_{rúd} = \rho_{víz} \cdot \frac{G}{2} \cdot \frac{3}{2G} = 0,75\ \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ (rendezés + számítás, 1 + 1 pont).

Összesen: 12 pont

24. Egy hengeres test víz alatt van. Rugós erőmérő segítségével kiemeltük a vízből úgy, hogy a test tengelye végig függőleges volt. Az erőmérő által mutatott értékeket (F) feljegyeztük, és ábrázoltuk annak függvényében, hogy mennyit emelkedett a test a kezdeti helyzetéhez képest (h).



a) Milyen magas a test?
b) Mekkora a rá ható maximális felhajtóerő?
c) Mekkora a test térfogata és sűrűsége?
A víz sűrűsége 1000 kg/m^3 , g = 9,8 m/s^2 .
(2019. október)

Megoldás: (12 pont)

Adatok: $\rho_{víz} = 1000$ kg/m^3, $g = 9{,}8$ m/s^2.

a) *A kiemelkedés kezdetének és végének azonosítása a grafikonon, valamint a test magasságának meghatározása:*

4 pont
(bontható)

A test a grafikon első töréspontjánál kezd el kiemelkedni a vízből, és a második töréspontnál emelkedik ki teljesen (2 pont). (A felismerést nem szükséges leírni, amennyiben a vizsgázó később ennek megfelelően számol, a teljes pont jár.)

A két törésponthoz tartozó emelkedési magasság 6 cm és 28 cm (1 pont), tehát a test 22 cm magas (1 pont).

b) *A maximális felhajtóerő meghatározása:*

3 pont
(bontható)

A maximális felhajtóerő a test teljes súlyának, 23 N (1 pont) és a teljesen bemerült állapothoz tartozó tartóerőnek, 7 N (1 pont) különbsége, azaz 16 N (1 pont).

c) *A test térfogatának meghatározása:*

3 pont
(bontható)

Mivel a maximális felhajtóerő a test által kiszorított víz súlya:

$$F_{max} = \rho_{víz} \cdot g \cdot V \Rightarrow V = \frac{F_{max}}{\rho_{víz} \cdot g} = 1{,}6 \text{ dm}^3$$

(összefüggés + rendezés + számítás, 1 + 1 + 1 pont)

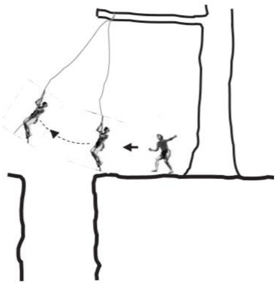
A test sűrűségének meghatározása:

2 pont
(bontható)

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{G}{g \cdot V} = \frac{23}{9{,}8 \cdot 1{,}6} = 1{,}4\ \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} = 1400\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$ (képlet + számítás, 1 + 1 pont).

Összesen: 12 pont

25. Egy m = 75 kg tömegű ember egy szakadék felé fut vízszintes terepen 6 m/s sebességgel. Pont a szakadék szélén egy faágról hosszú lián lóg le függőlegesen, amit megragad és belekapaszkodik. A lián kilendül az emberrel, és amikor az ember a hintamozgás során átlendülve eléri a holtpontot, elengedi a liánt. Így épp a szakadék túlsó partján pottyan le. A lendülés során az ember tömegközéppontja 10 m sugarú körön mozog. a) Milyen széles a szakadék? b) Mekkora erővel kell az embernek a kötélbe belekapaszkodnia (azaz mekkora függőleges erővel kell tartania magát a kötélen) a lendülés első pillanatában? (g=9,8 m/s^2 a lián súlytalannak tekinthető.)



(2020. május)

Megoldás: (13 pont)

Adatok: $L = 10$ m, $v = 6$ m/s, $m = 75$ kg, $g = 9{,}8$ m/s^2.

a) *A mechanikaienergia-megmaradás tételének alkalmazása a kilendülés mértékének meghatározására:*

6 pont (bontható)

A hintamozgás (körmozgás) során érvényes a mechanikai energia megmaradása, azaz:

$\frac{1}{2}m \cdot v^2 = m \cdot g \cdot \Delta h$ (2 pont).

A kötél függőlegessel bezárt szögét α-val jelölve, a maximális kitéréséhez tartozó szög:

$\Delta h = L(1-\cos\alpha)$ (1 pont), amivel:

$g \cdot L(1-\cos\alpha) = \frac{v^2}{2} \Rightarrow \cos\alpha = 1 - \frac{v^2}{2 \cdot g \cdot L}$ (rendezés, 2 pont),

tehát $\alpha = 35{,}3°$ (1 pont).

A szakadék szélességének meghatározása:

2 pont (bontható)

$D = L \cdot \sin\alpha = 5{,}78$ m (képlet + számítás, 1 + 1 pont).

b) *A dinamikai helyzet értelmezése és a szükséges húzóerő kiszámítása:*

5 pont (bontható)

A lendülés első pillanatában az ember v kerületi sebességgel körmozgást végez, amit a rá ható erők eredője biztosít (2 pont).

(Ez a pont akkor jár, ha akár a későbbi számításokból vagy egy, az erőket ábrázoló rajzból nyilvánvaló, hogy a vizsgázó a dinamikai helyzetet helyesen értelmezi.)

Tehát: $F_k = m \cdot g + \frac{m \cdot v^2}{L} \approx 1000$ N (képlet + számítás, 2 + 1 pont).

Összesen: 13 pont

26. Egy hőlégballon térfogata 2800 m^3, a benne lévő levegőt a gondolában található gázégő 100 Celsius fokra tudja felmelegíteni. A ballon maga a kosárral, égővel, gázpalackokkal és a ballasztnak használt homokzsákokkal együtt 400 kg tömegű.

a) Legfeljebb hány 75 kg tömegű ember szállhat be a gondolába, hogy a ballon még fel tudjon emelkedni a földtől, ha a külső levegő hőmérséklete 20 °C?

b) Hány 10 kg-os homokzsákot kell kidobni ahhoz, hogy ne süllyedjen le a ballon, ha az üzemanyag kifogy és 90 °C-ra csökken a ballonban lévő levegő hőmérséklete? (A gondolában az előző alkérdésnek megfelelő számú ember utazik.) A külső nyomás 10^5 Pa, a levegő sűrűsége ezen a nyomáson és 20 °C-on ρ_0 = 1,2041 kg/m^3 . A ballon alul nyitott, ezért a ballonban uralkodó nyomás megegyezik a külső légnyomással. Tegyük fel, hogy a ballon nem emelkedik olyan magasságba, ahol a légnyomás, illetve a levegő hőmérsékletének csökkenése számottevő.

(2020. május II.)

Megoldás: (13 pont)

Adatok: M = 400 kg, m = 75 kg, V = 2800 m^3, t_0 = 20 °C, t_1 = 100 °C, t_2 = 90 °C,
g = 9,8 m/s^2, ρ_0 = 1,2041 kg/m^3, m_{homok} = 10 kg.

a) *A 100 °C-os levegő sűrűségének meghatározása:*

4 pont
(bontható)

$\rho = \dfrac{p \cdot M}{R \cdot T}$. Mivel a nyomás állandó, $\rho_0 \cdot T_0 = \rho_1 \cdot T_1$ (2 pont),

amiből $\rho_1 = \rho_0 \dfrac{T_0}{T_1} = 1,2041 \cdot \dfrac{293}{373} = 0,9459 \ \dfrac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ (rendezés és számítás, 1 + 1 pont).

A ballonra ható erők felírása és az emberek maximális számának meghatározása:

4 pont
(bontható)

A ballon (+kosár, stb.), valamint a benne lévő levegő súlyának felírása:
$G_{\text{ballon}} = M \cdot g + \rho_1 \cdot V \cdot g = (400 + 0,9459 \cdot 2800) \cdot g = 3049 \text{ kg} \cdot g$ (1 pont).

A ballonra ható felhajtóerő felírása:
$F_{\text{fel}} = \rho_0 \cdot V \cdot g = 3371 \text{ kg} \cdot g$ (1 pont).

Tehát mivel $N_{\max} \cdot m \cdot g < F_{\text{fel}} - G_{\text{ballon}} = 322 \text{ kg} \cdot g$, ezért $N_{\max} = 4$ (2 pont).

b) *A 90 °C-os levegő sűrűségének meghatározása:*

2 pont
(bontható)

$\rho_2 = \rho_0 \dfrac{T_0}{T_2} = 1,2041 \cdot \dfrac{293}{363} = 0,9719 \ \dfrac{\text{kg}}{\text{m}^3}$
(képlet + számítás, 1 + 1 pont).

A ballon súlyának felírása és a homokzsákok számának meghatározása:

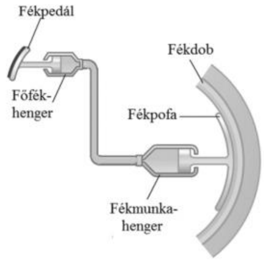
3 pont
(bontható)

$G_{\text{ballon}}' = M \cdot g + \rho_2 \cdot V \cdot g = (400 + 0,9719 \cdot 2800) \cdot g = 3121 \text{ kg} \cdot g$ (1 pont).

Mivel most emberekkel együtt 3421 kg a ballon tömege (1 pont),
50 kg tehertől kell megszabadulni, azaz <u>5 db</u> (1 pont) homokzsákot kell kidobni.

Összesen: 13 pont

27. A mellékelt ábrán egy egyszerű, hidraulikus fékrendszer rajza látható. A fékhengerek és a köztük lévő cső légmentesen lezárt rendszerét fékolaj tölti ki. A főfékhenger dugattyújának területe 1,6 cm^2, a fékmunkahenger dugattyújáé 7,2 cm^2. A fékpofa és a fékdob közötti csúszási súrlódási együttható 0,4. A fékdob henger alakú, belső sugara 18 cm. Becsülje meg, mekkora forgatónyomatékot gyakorol a fékpofa a fékdobra, ha a vezető 40 N erővel megnyomja a fékpedált?



(2020. október)

Megoldás: (11 pont)

Adatok: $A_1 = 1{,}6$ cm^2, $A_2 = 7{,}2$ cm^2, $F_1 = 40$ N, $\mu = 0{,}4$, $R = 18$ cm.

A fékrendszerben a fékerő hatására ébredő hidrosztatikai nyomás meghatározása:

3 pont (bontható)

$p = \frac{F_1}{A_1} = \frac{40}{1{,}6} = 25\ \frac{\text{N}}{\text{cm}^2}$ (képlet + számítás, 2 + 1 pont).

A fékpofát a fékdobra szorító erő meghatározása:

3 pont (bontható)

$F_2 = p \cdot A_2 = 25 \cdot 7{,}2 = 180$ N (képlet + számítás, 2 + 1 pont).

A súrlódási erő és a hengerre gyakorolt forgatónyomaték meghatározása:

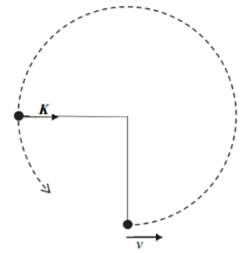
5 pont (bontható)

$F_s = \mu \cdot F_2 = 180 \cdot 0{,}4 = 72$ N (képlet+ számítás, 1 + 1 pont),

$M = R \cdot F_s = 72 \cdot 0{,}18 = 12{,}96 \approx 13$ Nm (képlet + számítás, 2 + 1 pont).

Összesen: 11 pont

28. Egy függőleges síkú körpályán mozgó, 1 méteres fonálra kötött, m = 0,2 kg tömegű golyót akkora vízszintes kezdősebességgel indítunk el a pályája alján, hogy az a pálya tetején is éppen körpályán marad. (Tehát a golyót körpályán tartó fonálban ébredő erő a pálya tetőpontján K = 0.)



a) Mekkora a golyó kezdősebessége?
b) Mekkora erő ébred a golyót tartó fonálban, amikor háromnegyed fordulatot megtéve éppen vízszintes helyzetben lesz?
c) Mekkora a test eredő gyorsulása ekkor?
(2021. május id.)

Megoldás: (14 pont)

Adatok: $m = 0{,}2$ kg, $R = 1$ m, $g = 9{,}8$ m/s^2.

a) *A dinamikai helyzet értelmezése a pálya legfelső pontján:*

2 pont

A pálya legfelső pontján $K = 0$, azaz a körpályán maradáshoz szükséges centripetális erő pontosan a gravitációs erő: $F_{cp} = G$ vagy $a_{cp} = g$ (2 pont).

A golyó sebességének felírása a pálya legfelső pontján:

2 pont (bontható)

A felső helyzetben $m \cdot g = F_{cp} = m \cdot \frac{v_{felül}^2}{R} \Rightarrow v_{felül} = \sqrt{gR} = 3{,}13 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

(képlet + rendezés, 1 + 1 pont)

A mechanikai energia megmaradásának felírása és a kezdősebesség meghatározása:

3 pont (bontható)

$$\frac{1}{2} m \cdot v_{alul}^2 = 2 \cdot m \cdot g \cdot R + \frac{1}{2} m \cdot v_{felül}^2 \Rightarrow v_{alul} = \sqrt{4gR + v_{felül}^2} = \sqrt{5gR} = 7 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

(képlet + rendezés + számítás, 1 + 1 + 1 pont)

b) *A mechanikai energia megmaradásának felírása a középső helyzet sebességére:*

2 pont (bontható)

$$\frac{1}{2} m \cdot v_{alul}^2 = mgR + \frac{1}{2} m \cdot v_{közép}^2 \Rightarrow v_{közép}^2 = 3gR$$

(képlet + rendezés, 1 + 1 pont)

A madzagban ébredő erő meghatározása a középső helyzetben:

3 pont (bontható)

A vízszintes kötélerő ebben a pontban egyenlő a centripetális erővel, azaz:

$$K = m \cdot \frac{v_{közép}^2}{R} = m \cdot \frac{3 \cdot g \cdot R}{R} = 5{,}9 \text{ N}$$

(képlet + rendezés + számítás, 1 + 1 + 1 pont)

c) *A test eredő gyorsulásának meghatározása:*

2 pont (bontható)

A centripetális gyorsulás vízszintes irányú, míg az érintő irányú gyorsulás függőleges, és g nagyságú. Így az eredő gyorsulás nagysága: $|a_e| = \sqrt{(3g)^2 + g^2} = 31 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$.

(képlet + számítás,1 + 1 pont)

Összesen: 14 pont

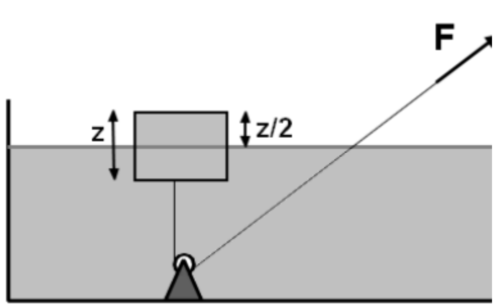
29. **Egy $\rho = 400\ \mathrm{kg/m^3}$ sűrűségű, $V = 0,1\ \mathrm{m^3}$ térfogatú és $z = 0,4\ \mathrm{m}$ magasságú testet egy igen nagy medencébe helyezünk, és alulról, csigán keresztül kötéllel húzzuk az ábrán látható módon. A test kezdetben félig merül a vízbe, majd a kötéllel lassan teljesen a víz alá húzzuk.**

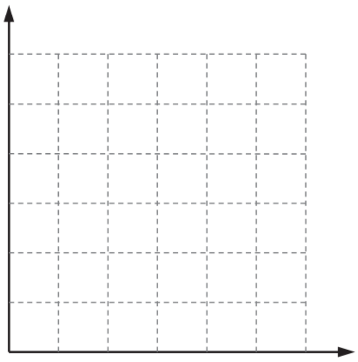
a) Mekkora F erővel lehet a testet az ábrán látható állapotban tartani?

b) Mekkora F erővel lehet a testet teljes egészében a víz alatt tartani?

c) Ábrázolja a kötélerőt a test bemerülésének függvényében a kiinduló helyzettől kezdve!

d) Mekkora munkavégzés árán lehet a testet teljesen a víz alá húzni a kezdeti helyzetéből? A medencében a vízszint változása a folyamat során elhanyagolható. $g = 9,8\ \mathrm{m/s^2}$, a víz sűrűsége $1000\ \mathrm{kg/m^3}$.





(2022. május)

Megoldás: (14 pont)

a) A tartóerő meghatározása az első esetben:

5 pont (bontható)

Mivel a kötélerő és a test súlya tart egyensúlyt a felhajtóerővel:

$G + F_1 = F_{fel}$ (1 pont), ezért

$F_1 = \rho_v \cdot V_t \cdot \frac{z_{be}}{z_t} \cdot g - \rho_t \cdot V_t \cdot g$

(a felhajtóerő felírása a vízbe merült térfogat segítségével: 1 pont), tehát:

$F_1 = 9,8 \cdot \left(1000 \cdot 0,1 \cdot \frac{0,2}{0,4} - 400 \cdot 0,1\right) = 98\ \mathrm{N}$

(adatok behelyettesítése + számítás, 2 + 1 pont)

b) A tartóerő meghatározása a második esetben:

3 pont (bontható)

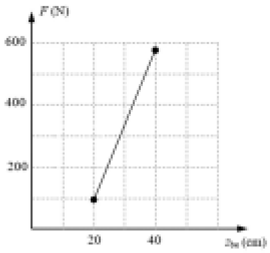
$F_2 = \rho_v \cdot V_t \cdot g - \rho_t \cdot V_t \cdot g = 9,8 \cdot (1000 \cdot 0,1 - 400 \cdot 0,1) = 588\ \mathrm{N}$

(képlet + adatok behelyettesítése + számítás, 1 + 1 + 1 pont)

c) A kötélerő ábrázolása a bemerülés függvényében:

3 pont (bontható)

A két kiszámolt érték helyes ábrázolása (1 pont).
A két pont összekötése egy szakasszal (2 pont).



(Ennek a feladatrésznek a megoldását addig az állapotig kell értékelni, amíg a test teljes terjedelmében víz alá nem merül. Ha a vizsgázó további pontokat ábrázol az $F(z)$ diagramon, akár helyesen, akár helytelenül, azt nem kell értékelni.)

d) *A munkavégzés meghatározása:*

3 pont
(bontható)

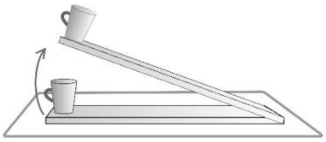
A görbe alatti terület kiszámításával:

$$W = \frac{F_1 + F_2}{2} \cdot \Delta z_{be} = \frac{98 + 588}{2} \cdot 0,2 = 68,6\ \text{J}$$

(képlet + számítás, 2 + 1 pont)

Összesen: 14 pont

30. Egy polcnak szánt bútorlap és egy bögre közötti tapadási és csúszási súrlódási együtthatót szeretnénk meghatározni. A bútorlapot a vízszintes talajra fektetjük, és az egyik végére helyezzük a bögrét. A deszka végét az ábra szerint emelni kezdjük, és azt tapasztaljuk, hogy amikor a deszka a vízszintessel 28°-os szöget zár be, a bögre megmozdul, és egyre gyorsulva 4 másodperc alatt 2,5 métert tesz meg. Mennyi a keresett tapadási és a csúszási súrlódási együttható értéke? (g = 9,8 m/s^2)



(2022. május id.)

Megoldás: (14 pont)

Adatok: $\alpha = 28°$, $g = 9{,}8\ \text{m/s}^2$, $s = 2{,}5$ m, $t = 4$ s.

A tapadási súrlódási együttható meghatározása:

6 pont
(bontható)

A megcsúszás pillanatában (határhelyzet) a tapadási erő maximuma egyenlő a nehézségi erő lejtővel párhuzamos komponensével (2 pont). (Ezt a felismerést nem szükséges expliciten leírni; ha a vizsgázó egyértelműen ennek megfelelően számol, a pont jár.)

$F_t = \mu_t \cdot m \cdot g \cdot \cos\alpha = m \cdot g \cdot \sin\alpha$
(jobb és bal oldal helyes felírása szögfüggvény segítségével, 1 + 1 pont)

$\Rightarrow \mu_t = \operatorname{tg}\alpha = 0{,}53$ (rendezés + számítás, 1 + 1 pont).

A csúszási súrlódási együttható meghatározása:

8 pont
(bontható)

A megcsúszás után a gyorsulás értéke:

$s = \frac{a}{2}t^2 \Rightarrow a = \frac{2s}{t^2} = \frac{5\ \text{m}}{16\ \text{s}^2} = 0{,}3125\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ (képlet + rendezés + számítás, 1 + 1 + 1 pont)

Ugyanakkor Newton II. miatt:

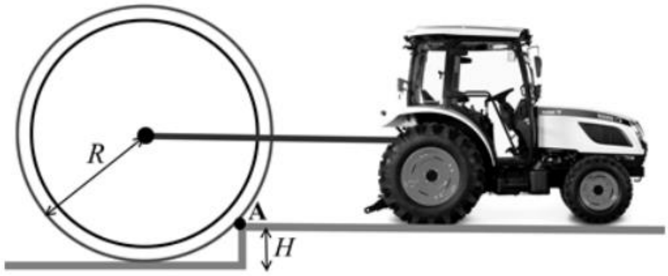
$m \cdot a = m \cdot g \cdot \sin\alpha - \mu_0 \cdot m \cdot g \cdot \cos\alpha$ (2 pont),

amiből: $\mu_0 = \frac{g \cdot \sin\alpha - a}{g \cdot \cos\alpha} = 0{,}5$ (rendezés + számítás, 2 + 1 pont).

Összesen: 14 pont

31. Egy építkezésen egy R = 1,2 m sugarú, m = 1,4 t tömegű hengert kell H = 40 cm magas vízszintes talapzatra felgördíteni. A henger pont a talapzat széle mellett áll, hozzáér a talapzat éléhez („A” pont). Egy munkagép a henger tengelyéhez rögzített vontatókötéllel, vízszintes irányú erővel húzza a hengert, ahogy az az ábrán látszik.
a) Legalább mekkora erőt kell a munkagépnek kifejteni ahhoz, hogy a henger az „A” pont körül elfordulva elemelkedjen a talajtól és felgördüljön a talapzatra?
b) Legalább mekkora legyen a munkagép tömege, ha a kerekei és a talaj között a tapadási súrlódási együttható 0,9?

$g = 9{,}8\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$



(2022. október)

Megoldás: (11 pont)

Adatok: $R = 1{,}2$ m, $m = 1{,}4$ t, $H = 40$ cm, $\mu = 0{,}9$, $g = 9{,}8\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$

a) A nyomatékegyenlet felírása és a szükséges húzóerő kiszámítása:

7 pont
(bontható)

Az „A” pontra vonatkoztatott nyomatékegyenlet a határhelyzetben, amikor a húzóerő éppen ellentart a henger súlyának:

$F_h \cdot k_h = G \cdot k_G$ (2 pont)

Az ábrából leolvashatóan: $k_h = 0{,}8$ m (1 pont), és $k_G = \sqrt{1{,}2^2 - 0{,}8^2} = 0{,}894$ m (2 pont),

amivel $F_h = 1400 \cdot 9{,}8 \cdot \frac{0{,}894}{0{,}8} = 15300$ N

(adatok behelyettesítése + számítás, 1 + 1 pont)

b) A traktor minimális tömegének meghatározása:

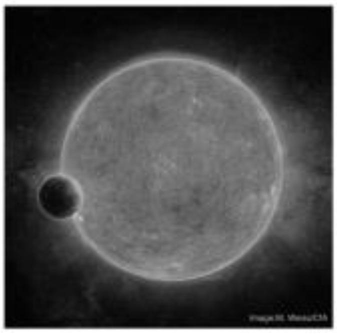
4 pont
(bontható)

Mivel $F_{t\,max} = \mu \cdot M \cdot g = F_h$ (2 pont),

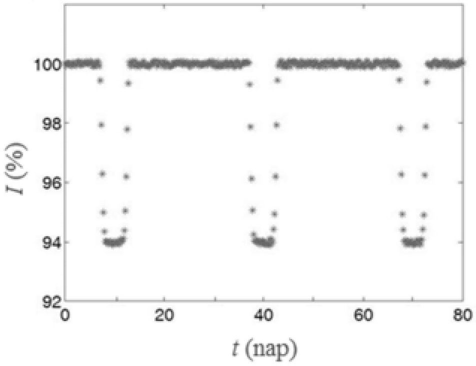
$M = \frac{F_h}{\mu \cdot g} = 1740$ kg (rendezés + számítás, 1 + 1 pont).

Összesen: 11 pont

32. **Egy csillag fényességének periodikus csökkenését egy exobolygó okozza, amely keringése során elhalad a csillag előtt, és ilyenkor egy részét eltakarja. A csillag mért fényességét az alábbi grafikon mutatja az idő függvényében. Egyéb mérésekből kiderült, hogy a bolygó átlagos távolsága az anyacsillagtól R = 1,5 milliárd km, és a pályája közelítőleg körnek tekinthető.**



(Kép: https://www.cfa.harvard.edu/~avanderb/tutorial/tutorial.html)



a) Mekkora a bolygó keringési ideje?

b) Mekkora a csillag tömege?

$\gamma = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \dfrac{\mathrm{N \cdot m^2}}{\mathrm{kg^2}}$.

(2023. május II.)

Megoldás: (11 pont)

Adatok: $R = 1{,}5 \cdot 10^{12}$ m, $\gamma = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \dfrac{\mathrm{N \cdot m^2}}{\mathrm{kg^2}}$.

a) *Az exobolygó keringési periódusának meghatározása:*

3 pont

A grafikonon látható fényességcsökkenések távolságát leolvasva körülbelül 30 nap.

b) *A gravitációs vonzás hatására végzett körmozgás dinamikai feltételének helyes értelmezése:*

2 pont

$F_{grav} = F_{cp}$ (Amennyiben a helyes értelmezés csak a későbbi számításból derül ki, teljes pont jár.)

A csillag tömegének meghatározása:

6 pont (bontható)

$$\gamma \frac{m_{exo} \cdot M_{csill}}{R^2} = m_{exo} \cdot R \cdot \omega^2$$

(az egyenlet jobb, illetve baloldalának helyes felírása 1 + 1 pont).

$$\Rightarrow M_{csill} = \frac{4\pi^2 \cdot R^3}{\gamma \cdot T^2} = \frac{4\pi^2 \cdot \left(1{,}5 \cdot 10^{12}\right)^3}{6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot (30 \cdot 86400)^2} = 2{,}97 \cdot 10^{35}\ \text{kg}$$

(rendezés + adatok behelyettesítése + számítás, 2 + 1 + 1 pont).

Összesen: 11 pont

33. Egy sima, vízszintes felületen v_0 = 0,6 m/s sebességgel ellökünk egy kis testet, ami 1 méter utat tesz meg egyenletesen lassulva 2 másodperc alatt.
a) Mekkora a test sebessége az 1 méteres szakasz végén?
b) Mekkora a test gyorsulása?
c) Mekkora a test és a felület közötti csúszási súrlódási együttható?
d) A test kezdeti mozgási energiájának hány százaléka alakult hővé az 1 méteres szakaszon? g = 9,8 m/s^2 .

(2023. május II.)

Megoldás: (12 pont)

Adatok: $s = 1$ m, $t = 2$ s, $v_0 = 0{,}6$ m/s, $g = 9{,}8$ m/s^2.

a) *A végsebesség meghatározása:*

3 pont (bontható)

$$s = \frac{v_0 + v_1}{2} \cdot t \Rightarrow v_1 = 2\frac{s}{t} - v_0 = 0{,}4\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(képlet + rendezés + számítás, 1 + 1 + 1 pont).

b) *A gyorsulás felírása és meghatározása:*

1 + 1 pont

$$a = \frac{\Delta v}{t} = \frac{-0{,}2}{2} = -0{,}1\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$ (pozitív előjel esetén csak 1 pont jár).

c) *A súrlódási együttható meghatározása:*

3 pont (bontható)

Mivel a testet csak a súrlódási erő lassítja:

$$a = -\mu \cdot g \Rightarrow \mu = \frac{-a}{g} = \frac{0{,}1}{9{,}8} = 0{,}01$$ (képlet + rendezés + számítás, 1 + 1 + 1 pont).

d) *A mozgási energia hővé alakuló hányadának meghatározása:*

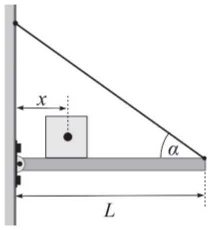
4 pont (bontható)

$$\frac{E_1}{E_0} = \frac{v_1^2}{v_0^2} = \frac{0{,}4^2}{0{,}6^2} = 0{,}44$$ (képlet + számítás, 1 + 1 pont).

Tehát a kezdeti mozgási energia 56%-a (2 pont) alakult hővé.

Összesen: 12 pont

34. Egy L = 80 cm hosszú, homogén anyageloszlású deszka csuklóval csatlakozik a falhoz. A deszka tömege 4 kg, a ráhelyezett 1,2 kg tömegű doboz tömegközéppontja a faltól x = 25 cm távol van. A deszkát rögzítő kötél α = 40°-os szöget zár be a vízszintessel.



a) Mekkora erő ébred a kötélben?
b) Mekkora és milyen irányú erő terheli a csuklót? g = 9,8 m/s²
(2024. május)

Megoldás: (12 pont)

Adatok: L = 80 cm, M = 4 kg, m = 1,2 kg, x = 25 cm, α = 40°, g = 9,8 m/s^2.

a) A csuklóra vonatkoztatott nyomatékegyenlet felírása és a keresett kötélerő meghatározása:

5 pont (bontható)

A csuklóra vonatkozó nyomatékegyenlet:

$$M \cdot g \cdot \frac{L}{2} + m \cdot g \cdot x = F_k \cdot L \cdot \sin\alpha$$

(Az egyenlet jobb és bal oldalának helyes felírása, 1 + 1 pont.)

Ebből a kötélerőt kifejezve:

$$F_k = \frac{g}{L \cdot \sin\alpha}\left(M \cdot \frac{L}{2} + m \cdot x\right) = 36{,}2 \text{ N}$$

(képlet + adatok behelyettesítése + számítás, 1 + 1 + 1 pont).

b) A deszkára ható erők egyensúlyának komponensenkénti felírása:

4 pont (bontható)

Mivel a deszka nyugalomban van, a rá ható erők vízszintes komponensére felírhatjuk:
$F_k \cdot \cos\alpha + F_{cs}^{\,v} = 0$, amiből $F_{cs}^{\,v} = -27{,}7$ N adódik (képlet + számítás, 1 + 1 pont).
(A negatív előjel hiánya nem tekinthető hibának.)
A deszkára ható erők függőleges komponensére:
$F_{cs}^{\,f} + F_k \cdot \sin\alpha = (m+M) \cdot g$ (1 pont), amiből $F_{cs}^{\,f}$ = 27,7 N (1 pont).

A csuklót terhelő erő nagyságának és irányának meghatározása:

3 pont (bontható)

A csuklót terhelő erő nagysága $F_t = \sqrt{\left(F_{cs}^{\,v}\right)^2 + \left(F_{cs}^{\,f}\right)^2} = 39{,}2$ N (1 pont)
Az erő a csuklót <u>lefelé és befelé</u> nyomja (1 pont). (Megfelelő rajz is elfogadható.)
Vízszintessel bezárt szöge: $\text{tg}\,\alpha = \frac{\left|F_{cs}^{\,f}\right|}{\left|F_{cs}^{\,v}\right|} \Rightarrow \alpha \approx 45°$ (1 pont)
(Ha a vizsgázó a csuklóterhelő erő helyett a csukló által a rúdra kifejtett erőt adja meg helyesen, 1 pontot kell levonni.)