

1. Egy hőszigetelő anyagból készült hengerbe zárt 12 g tömegű neongázt 744 J munkával adiabatikusan összenyomunk. (A neon fajhője állandó térfogaton $620 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$.)

a) Mennyivel változott meg a neongáz belső energiája?

b) Milyen hőmérsékletű volt a neongáz kezdetben, ha az összenyomás során 128 °C-ra melegedett fel?

(2005. május)

Megoldás:

a) *Értelmezés*

3 pont

(bontható)

Adiabatikus állapotváltozás esetén a végzett munka teljes egészében a gáz belső energiáját növeli, mivel nincs hőcsere, vagy

$$\Delta E = W, \text{ mivel } Q = 0$$

ΔE meghatározása

$$\Delta E = 744 \text{ J}$$

1 pont

I. megoldás

b) *Számítások elvégzése*

$$\Delta E = c_v m \Delta T$$

4 pont

$$\Delta T = \frac{\Delta E}{m \cdot c_v} = \frac{744 \text{ J}}{0,012 \text{ kg} \cdot 620 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}} = 100 \text{ K}$$

3 pont

Válasz megadása

$$T_1 = T_2 - \Delta T = 28 \text{ }^\circ\text{C}$$

(bontható)

2 pont

II. megoldás

b) *Számítások elvégzése*

$$\Delta E = \frac{f}{2} \cdot nR\Delta T$$

4 pont

$$\Delta T = \frac{2\Delta E}{fnR} = \frac{2 \cdot 744 \text{ J}}{3 \cdot 0,6 \text{ mol} \cdot 8,31 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}} = 99,47 \text{ K} \approx 100 \text{ K}$$

3 pont

Válasz megadása

$$T_1 = T_2 - \Delta T = 28 \text{ }^\circ\text{C}$$

2 pont

Összesen:

13 pont

2. Egy izzólámpa belső térfogata 80 cm^3 . Az izzót $20 \text{ }^\circ\text{C}$ hőmérsékletű, $7 \cdot 10^4 \text{ Pa}$ nyomású argongázzal töltik fel.

a) Határozzuk meg az izzóban lévő argongáz sűrűségét!

b) Mekkora az elzárt gáz nyomása az izzó működése közben, amikor a gáz (átlagos) hőmérséklete $140 \text{ }^\circ\text{C}$?

(Az általános gázállandó: $8,31 \text{ J/mol}\cdot\text{K}$, a Boltzmann-állandó: $1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$, az Avogadro-szám: $6,02 \cdot 10^{23} \text{ 1/mol}$, az argon moláris tömege: 40 g/mol .)

(2005. október)

Megoldás:

Jelölések: $V = 80 \text{ cm}^3$, $T_1 = 293 \text{ K}$, $p_1 = 7 \cdot 10^4 \text{ Pa}$, $T_2 = 413 \text{ K}$, $M = 40 \text{ g/mol}$,
 $R = 8,31 \text{ J/mol}\cdot\text{K}$.

a) *A gáz tömegnek meghatározása:*

$$p_1 V = \frac{m}{M} R T_1, \quad 2 \text{ pont}$$

$$m = \frac{p_1 V M}{R T_1} = \frac{7 \cdot 10^4 \text{ Pa} \cdot 80 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3 \cdot 40 \cdot 10^{-3} \text{ kg/mol}}{8,31 \frac{\text{J}}{\text{mol}\cdot\text{K}} \cdot 293 \text{ K}}, \quad 1 \text{ pont}$$

$$m = 9,20 \cdot 10^{-5} \text{ kg}. \quad 1 \text{ pont}$$

A gáz ρ sűrűségének meghatározása:

$$\rho = \frac{m}{V}, \quad 1 \text{ pont}$$

$$\rho = 1,15 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}. \quad 1 \text{ pont}$$

(A gáz sűrűsége az állapotegyenlet sűrűséggel felírt alakjából, a tömeg meghatározása nélkül is számolható. Ekkor a helyes elméleti leírásra 4 pontot, a számérték meghatározására 2 pontot adjunk!)

b) *A felmelegedett gáz nyomásának meghatározása:*

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}, \quad 2 \text{ pont}$$

$$p_2 = \frac{T_2}{T_1} p_1 = \frac{413 \text{ K}}{293 \text{ K}} 7 \cdot 10^4 \text{ Pa}, \quad 1 \text{ pont}$$

$$p_2 = 9,87 \cdot 10^4 \text{ Pa}. \quad 1 \text{ pont}$$

(A nyomás a tömeg ismeretében az állapotegyenletből is számolható. Ilyenkor a helyes elméleti leírásra 3 pontot, a számérték meghatározására 1 pontot adjunk!)

Összesen

10 pont

3. Egy gázpalack térfogata 100 dm^3 , benne kezdetben $0 \text{ }^\circ\text{C}$ hőmérsékletű, 10^7 Pa nyomáson oxigéngáz van. Ezután kiengedjük a palackban lévő oxigén egynegyed részét.

a) Határozzuk meg a kiengedett gáz tömegét!

b) Mekkora nyomású lesz a palackban visszamaradt gáz, ha a hőmérséklete továbbra is $0 \text{ }^\circ\text{C}$?

c) Mennyi hőt kell közölnünk a palackban visszamaradt $0 \text{ }^\circ\text{C}$ -os gázzal, hogy nyomása az eredeti értékre álljon vissza?

(Az oxigén moláris tömege 32 g/mol , fajhője állandó térfogat esetén $653 \text{ J/kg}\cdot\text{K}$. Az általános gázállandó: $8,31 \text{ J/mol}\cdot\text{K}$, a Boltzmann-állandó: $1,38\cdot 10^{-23} \text{ J/K}$, az Avogadro-szám: $6,02\cdot 10^{23} \text{ 1/mol}$.)

(2006. február)

Megoldás:

(A megoldás leírása során a gáz kezdeti állapotára 1-es indexű, a kiengedést követően visszamaradt gázra 2-es indexű, míg a felmelegítés utáni gázállapotra 3-as indexű mennyiségek utalnak.)

Jelölések: $V = 100 \text{ dm}^3$, $T_1 = T_2 = 273 \text{ K}$, $p_1 = p_3 = 10^7 \text{ Pa}$, $c_v = 653 \text{ J/kg}\cdot\text{K}$, $M = 32 \text{ g/mol}$.

a) Az állapotegyenlet alkalmazása a gáz kezdeti állapotára, a gáz tömegének meghatározása:
2+1 pont
(bontható)

$$p_1 V = \frac{m_1}{M} R T_1 \Rightarrow m_1 = \frac{p_1 V M}{R T_1},$$

$$m_1 = 14,11 \text{ kg}.$$

A kiengedett gázmennyiségre megfogalmazott feltétel alkalmazása:

1 pont

$$m_{ki} = \frac{1}{4} m_1 = 3,53 \text{ kg}.$$

b) A visszamaradt gáz tömegének meghatározása:

1 pont

$$m_2 = m_3 = \frac{3}{4} m_1 = 10,58 \text{ kg}.$$

Az állapotegyenlet alkalmazása a visszamaradt gázra, a nyomás meghatározása:

1+1 pont

$$p_2 V = \frac{m_2}{M} R T_2 \Rightarrow p_2 = \frac{m_2 R T_2}{M V},$$

$$p_2 = 0,75 \cdot 10^7 \text{ Pa}.$$

c) Gay-Lussac II. törvényének alkalmazása, a felmelegített gáz hőmérsékletének meghatározása:

1+1 pont

$$\frac{p_2}{T_2} = \frac{p_3}{T_3} \Rightarrow T_3 = \frac{p_3 T_2}{p_2},$$

$$T_3 = 364 \text{ K}.$$

A melegítés során bekövetkező hőmérséklet-változás meghatározása:

1 pont

$$\Delta T_{23} = T_3 - T_2 = 91 \text{ K}.$$

Az állandó térfogatú melegítéshez szükséges hő meghatározása a fajhő segítségével:

2+1 pont

$$Q = c_v m_2 \Delta T_{23},$$

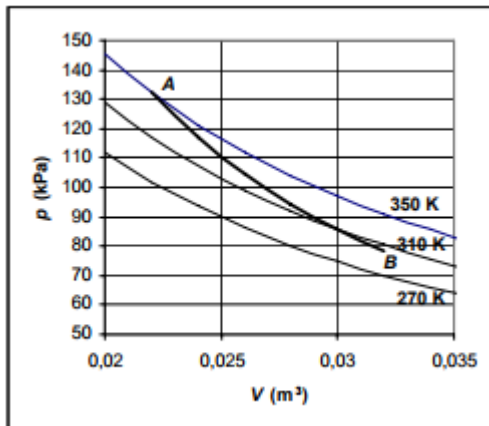
$$Q = 628\,700 \text{ J}.$$

(A szükséges hő a $Q = \frac{f}{2} N k \Delta T_{23}$ összefüggés alapján is számolható. Oxigén esetén $f = 5$, a részecskeszám pedig az állapotegyenletből $N_2 = 1,99 \cdot 10^{26}$ -nak adódik. Az utolsó lépésre az ilyen típusú megoldás esetén is 2+1 pont adható.)

Összesen

13 pont

4. A mellékelt ábra adott mennyiségű nitrogéngáz izotermáit, és a gáz tényleges állapotváltozását (A→B) mutatja nyomás-térfogat grafikonon.



- Határozza meg a gáz tömegét!
- Határozza meg a gáz hőmérsékletét a B állapotban!
- Határozza meg a gáz belső energiájának megváltozását az (A→B) állapotváltozás során!
- Határozza meg a gáz által az (A→B) folyamatban végzett munka közelítő értékét, azzal a feltételezéssel, hogy a nyomás-térfogat grafikonon a gáz állapotváltozása egyenes szakasszal közelíthető!
- Hasonlítsa össze a számolt munkát és a belsőenergia-változást, és ezt felhasználva következtessen az állapotváltozás jellegére!

(Az A állapotban a gáz állapotváltozóit: $V_1 = 22 \text{ dm}^3$; $p_1 = 132,2 \text{ kPa}$, $T_1 = 350 \text{ K}$; a B állapotban pedig: $V_2 = 32 \text{ dm}^3$; $p_2 = 78,2 \text{ kPa}$. A nitrogéngáz fajhője állandó térfogaton, illetve nyomáson: $c_v = 741 \text{ J/kg}\cdot\text{K}$; $c_p = 1038 \text{ J/kg}\cdot\text{K}$; moláris tömege $M = 28 \text{ g/mol}$; a gázállandó $R = 8,31 \text{ J/mol}\cdot\text{K}$.)

(2006. május)

Megoldás:

Adatok: $V_1 = 22 \text{ dm}^3$, $p_1 = 132,2 \text{ kPa}$, $T_1 = 350 \text{ K}$, $V_2 = 32 \text{ dm}^3$, $p_2 = 78,2 \text{ kPa}$, $c_v = 741 \text{ J/kg}\cdot\text{K}$, $c_p = 1038 \text{ J/kg}\cdot\text{K}$, $M = 28 \text{ g/mol}$, $R = 8,31 \text{ J/mol}\cdot\text{K}$.

- a) A N_2 -gáz tömegének meghatározása az állapotegyenletről:

$$p_1 V_1 = \frac{m}{M} RT_1$$

1 pont

$$m = \frac{p_1 V_1 M}{RT_1} = \frac{132,2 \cdot 10^3 \text{ Pa} \cdot 22 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 \cdot 0,028 \frac{\text{kg}}{\text{mol}}}{8,31 \frac{\text{J}}{\text{mol}\cdot\text{K}} \cdot 350 \text{ K}} = 0,0280 \text{ kg} = 28 \text{ gramm}$$

1 pont

- b) A gáz B állapotbeli T_2 hőmérsékletének meghatározása az egyesített gáztörvényből vagy az állapotegyenletről:

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}$$

1 pont

$$T_2 = \frac{p_2 V_2}{p_1 V_1} T_1 = \frac{78,2 \text{ kPa} \cdot 32 \text{ dm}^3}{132,2 \text{ kPa} \cdot 22 \text{ dm}^3} \cdot 350 \text{ K} = 301 \text{ K}$$

1 pont

c) A gáz energiaváltozásának meghatározása a hőmérsékletváltozásból:

$$\Delta E = c_v m (T_2 - T_1) \quad \text{vagy} \quad \Delta E = \frac{f}{2} N k \Delta T = \frac{f}{2} (p_2 V_2 - p_1 V_1), \quad \text{ahol } f = 5$$

2 pont

$$\Delta E = 741 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot 0,028 \text{ kg} \cdot (301 \text{ K} - 350 \text{ K}) = -1017 \text{ J}$$

1 pont

(Ha a jelölt előjelhibát vét a belső energia változásának megállapításánál, a c) rész pontszámából 1 pont levonandó.)

d) A kitáguló gáz munkájának közelítő meghatározása:

$$W_{\text{gáz}} = \frac{p_1 + p_2}{2} (V_2 - V_1)$$

2 pont

$$W_{\text{gáz}} = \frac{132,2 \cdot 10^3 \text{ Pa} + 78,2 \cdot 10^3 \text{ Pa}}{2} \cdot (32 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 - 22 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3) = 1052 \text{ J}$$

1 pont

(Ha a jelölt előjelhibát vét a gáz munkájának megállapításánál, a d) rész pontszámából 1 pont levonandó.)

e) A számolt munka és az energiaváltozás arányának összehasonlítása:

$$\frac{W_{\text{gáz}}}{\Delta E} = \frac{1052 \text{ J}}{-1017 \text{ J}} = -1,03 \quad \text{vagy} \quad \Delta E \approx -W_{\text{gáz}}$$

1 pont

$$\Delta E \approx W_{\text{gáz}}$$

1 pont

Következtetés a folyamat termodinamikai jellegére:

Mivel $\Delta E \approx W_{\text{gáz}}$, ezért a termodinamika első főtétele alapján a folyamatban $Q \approx 0$, tehát jó közelítéssel adiabatikus állapotváltozásról van szó.

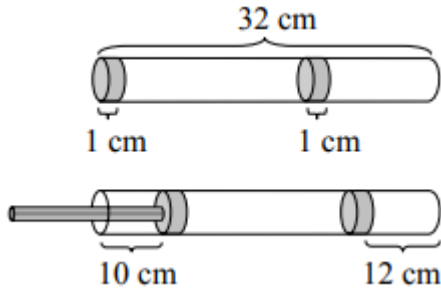
2 pont
(bontható)

Ha a jelölt számolás nélkül, pusztán a grafikon alapján jelenti ki, hogy a folyamat adiabatikus, az e) részre 1 pont adható.

Összesen

14 pont

5. Egy 32 cm hosszú, egyik végén zárt üvegsőben két könnyen mozgó dugattyú az ábra szerinti módon zárja el és osztja két részre a belső, 10^5 Pa nyomású levegőt. Az egyik dugattyú a cső nyitott végében, a másik valahol belül helyezkedik el. A dugattyúk hossza 1 cm. Ha a külső dugattyút nagyon lassan egy pálcával segítségével 10 cm-rel beljebb toljuk, akkor a belső dugattyú a cső zárt végétől 12 cm távolságra kerül. (A külső légnyomás 10^5 Pa, a gázok hőmérséklete állandónak tekinthető.)



- a) Mekkora volt kezdetben a két dugattyú távolsága? Összenyomott állapotban mekkora a bezárt levegő nyomása a két térfogatrészben?
 b) Összenyomott állapotban mekkora erővel kell tartani a pálcát, ha az üvegső belső átmérője 2 cm?
 (2006. május id.)

Megoldás:

Adatok: $p_0 = 10^5$ Pa, $d = 2$ cm, $y_2 = 12$ cm.

a)

A gázoszlopok hosszainak meghatározása a geometriai feltételek alapján:

A két gázoszlop együttes hossza kezdetben, illetve az összenyomás után:

$$L_1 = 32 \text{ cm} - 2 \text{ cm} = 30 \text{ cm}$$

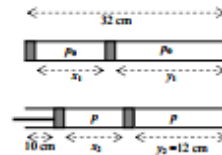
$$L_2 = 32 \text{ cm} - 2 \text{ cm} - 10 \text{ cm} = 20 \text{ cm}$$

A bal oldali gázoszlop összenyomás utáni hossza:

$$x_1 = L_2 - y_2 = 20 \text{ cm} - 12 \text{ cm} = 8 \text{ cm}$$

A két gázoszlop hosszainak paraméteres felírása a kezdeti állapotra:

$$x_1 + y_1 = L_1 \quad [1]$$



2 pont
(bontható)

A Boyle–Mariotte-törvény alkalmazása az egyes gázokra:

$pV = \text{állandó}$, összefüggés felírása (használata).

$$p_0 \cdot 4x_1 = p \cdot 4x_2 \Rightarrow p_0 x_1 = p x_2 \quad [2]$$

1 pont

$$p_0 \cdot 4y_1 = p \cdot 4y_2 \Rightarrow p_0 y_1 = p y_2 \quad [3]$$

1 pont

1 pont

Az [1], [2], [3] egyenletrendszer megoldása:

Például a [2] és [3] összerendése után

$$p_0(x_1 + y_1) = p(x_2 + y_2)$$

[1] kihasználásával

$$p = \frac{x_1 + y_1}{x_2 + y_2} p_0 = \frac{L_1}{L_2} p_0$$

$$p = \frac{30 \text{ cm}}{20 \text{ cm}} \cdot 10^5 \text{ Pa} = 1,5 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

3 pont
(bontható)

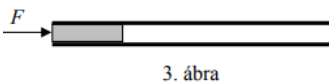
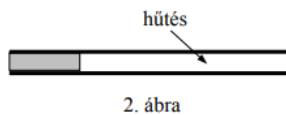
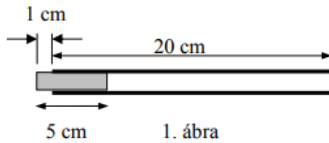
[2]-be visszahelyettesítve:

$$x_1 = \frac{p}{p_0} x_2 = \frac{L_1}{L_2} x_2$$

$$x_1 = \frac{30 \text{ cm}}{20 \text{ cm}} \cdot 8 \text{ cm} = 12 \text{ cm}$$

2 pont
(bontható)

6. Egy 20 cm hosszú, 1 cm² keresztmetszetű üvegcsőben egy 5 cm hosszú üvegdugó úgy helyezkedik el, hogy 1 cm-rel lóg ki az üvegből (1. ábra). A dugó könnyen mozog, az üvegben lévő levegőt mégis jól elzárja a külvilágtól. A dugót kétféle módszerrel juttathatjuk teljes terjedelmével az üvegbe: hűtéssel (2. ábra), vagy mindig a megfelelő nagyságú nyomóerőt kifejtve, lassú, egyenletes mozgattással (3. ábra). (A szoba és az üvegben lévő levegő kezdeti hőmérséklete 15 °C, a légnyomás 10⁵ Pa.)



- a) Mekkora hőmérsékletre kell lehűteni a bezárt levegőt az első módszernél?
 b) Mekkora a nyomóerő a 3. ábrán látható helyzetben?
 (2006. október)

Megoldás:

a) Az állapotváltozás típusának felismerése:

1 pont

Az állapotváltozás izobár, mert a bezárt levegő nyomása a változás előtt és után a szoba légnyomásával tart egyensúlyt.
 (Az egy pont akkor is jár, ha a vizsgázó a számolásban a megfelelő folyamatot használta.)

Az állapotváltozás mennyiségi leírása, a hőmérséklet kiszámítása:

4 pont
 (bontható)

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{V_2}{V_1} = \frac{l_2}{l_1}, \text{ mert } A = \text{állandó}$$

$$l_1 = 16 \text{ cm}; l_2 = 15 \text{ cm}; T_1 = 288 \text{ K}$$

$$T_2 = \frac{l_2}{l_1} \cdot T_1 = 270 \text{ K} = -3^\circ\text{C}.$$

(A hőmérséklet K-ben vagy °C-ban egyaránt elfogadható.)

b) Az állapotváltozás típusának felismerése:

1 pont

A lassú összenyomás következtében az állapotváltozás izoterm.

(Az egy pont akkor is jár, ha a vizsgázó a számolásban a megfelelő folyamatot használta.)

Az állapotváltozás mennyiségi leírása, a bezárt levegő nyomásának kiszámítása:

1+1 pont

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{V_1}{V_2} = \frac{16}{15}$$

$$p_2 = \frac{16}{15} \cdot p_1 = 1,07 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

A nyomásegyensúly megfogalmazása:

1 pont

A nyomóerőből származó nyomás és a szoba levegőjének nyomása egyensúlyt tart a bezárt levegő nyomásával, azaz: $p_2 = p_0 + p_F$.

p_F kiszámítása:

1 pont

$$p_F = p_2 - p_0 = 7 \cdot 10^3 \text{ Pa}$$

A nyomóerő kiszámítása:

2 pont
 (bontható)

$$A = 10^{-4} \text{ m}^2; F = p \cdot A = 0,7 \text{ N}$$

Összesen:

12 pont

7. Egy hőszigetelt edényben 1 kg szilárd anyagot kezdünk melegíteni. Tudjuk, hogy a melegítéshez használt elektromos fűtőszál teljesítménye állandó, valamint hogy az anyag fajhője szilárd fázisban 2400 J/kgK . Az alábbi táblázatban található hőmérsékletadatokat olvastuk le a melegítés bizonyos időszakaiban.

t (perc)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
T ($^{\circ}\text{C}$)	64,0	74,4	84,0	84,3	83,6	84,1	88,9	94,0	99,2	104,0	104,2	104,1

Ábrázolja a hőmérsékletet az idő függvényében! Mennyi az ismeretlen anyag olvadáspontja, forráspontja, olvadáshője és fajhője folyadék fázisban?
(2007. május)

Megoldás:

Az adatok ábrázolása grafikonon:

4 pont
(bontható)

A 4 pont csak akkor jár, ha a grafikonon jól elkülöníthetőek a melegevést mutató szakaszok a fázisátalakulást leíró platóktól.

Az olvadáspont, illetve a forráspont értékeinek leolvasása a grafikon vagy a táblázat adataiból:

1+1 pont

$$T_{\text{olvadás}} = 84^{\circ}\text{C}, \quad T_{\text{forrás}} = 104^{\circ}\text{C}.$$

A fűtőszál teljesítményének meghatározása az ismert fajhő segítségével, a táblázatból nyert adatok felhasználásával:

$$P = \frac{Q}{\Delta t} = \frac{c_{\text{szilárd}} \cdot m \cdot \Delta T}{\Delta t} \quad (= 400 \text{ W})$$

2 pont
(bontható)

Az ismeretlen fajhő meghatározása a táblázatból nyert adatok felhasználásával:

$$c_{\text{folyadék}} = \frac{P \cdot \Delta t}{m \cdot \Delta T} = 4800 \frac{\text{J}}{\text{kg K}}.$$

2 pont
(bontható)

A megengedhető 5% hiba a fajhőben $240 \frac{\text{J}}{\text{kg K}}$. Amennyiben a vizsgázó a teljesítmény

meghatározásánál is és a fajhő számolásánál is szerencsétlenül választ a táblázatból értékpárokat (szomszédos oszlopokat használ), előfordulhat, hogy a halmozódó hiba eredményeként már nagyobb lesz ennél a fajhőszámítás hibája. Ekkor 1 pontot le kell vonni akkor is, ha külön-külön mindkét helyen 5%-nál pontosabb volt a számolás.

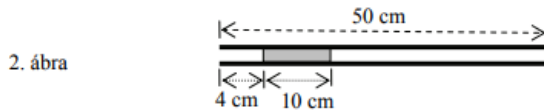
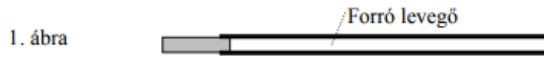
Az olvadáshő meghatározása:

$$L = \frac{P \cdot \Delta t}{m} = 72000 \frac{\text{J}}{\text{kg}}.$$

2 pont
(bontható)

Összesen: 12 pont

8. Egy kísérlet elvégzéséhez egy 50 cm hosszú, egyik végén zárt üvegcsőre van szükségünk, amelyben egy 10 cm hosszú, üvegből készült dugattyú van. Azt szeretnénk elérni, hogy a normál légnyomású és 20 °C hőmérsékletű laboratóriumban a dugattyú az üvegcsőben az üvegcső szájától 4 cm távolságra legyen. (2. ábra)



A dugattyú megfelelő helyre juttatása céljából a nyitott csőben lévő levegőt felmelegítjük, majd az üveghengert egy picit a nyitott csővégebe dugjuk (1. ábra) és a csövet hűlni hagyjuk. Határozzuk meg, hogy mekkora hőmérsékletre kell a csőben lévő levegőt felmelegíteni, hogy a levegő lehűlése után a dugattyú a kívánt helyzetbe kerüljön! (Feltehetjük, hogy a dugattyú a csőben lévő levegőt jól elzárja, sűrűlése mégis elhanyagolhatóan kicsiny, az üveg hőtágulása elhanyagolható.)

(2007. május id.)

Megoldás:

Adatok: $L_1 = 50$ cm, $L_2 = 50$ cm – 10 cm – 4 cm = 36 cm, $T_2 = 20$ °C = 293 K.

Az elzárt gáz izobár állapotváltozásának felismerése:

2 pont

(A nyomás állandóságának kimondása, és/vagy $p = \text{áll.}$ jelölése szükséges.)

Az izobár állapotváltozást leíró gáztörvény alkalmazása:

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$$

1 pont

$$T_1 = \frac{V_1}{V_2} T_2$$

1 pont

Annak felismerése, hogy a gáztérfogatok aránya a megfelelő hosszak arányával egyenlő:

2 pont

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{AL_1}{AL_2} = \frac{L_1}{L_2}$$

(Az összefüggés felírása nem kötelező, csak az alkalmazást várjuk el!)

A felmelegített gáz kezdeti hőmérsékletének meghatározása:

$$T_1 = \frac{L_1}{L_2} T_2$$

2 pont

$$T_1 = \frac{50 \text{ cm}}{36 \text{ cm}} \cdot 293 \text{ K} = 406,9 \text{ K}$$

2 pont

Összesen

10 pont

9. Egy függőleges hengerben, amely nincsen alátámasztva, súlyos dugattyú levegőt zár el az ábrán látható elrendezésnek megfelelően. A levegő hőmérsékletét lassan növeljük. A levegő kezdeti térfogata $V_1 = 10 \text{ dm}^3$, kezdeti hőmérséklete $t_1 = 20 \text{ }^\circ\text{C}$, végső hőmérséklete $t_2 = 100 \text{ }^\circ\text{C}$. A dugattyú tömege $m = 5 \text{ kg}$, alapterülete $A = 40 \text{ cm}^2$, a rugó direkciós ereje (rugóállandója) $D = 1500 \text{ N/m}$. A jelen elrendezésben a rugó megnyúlása $\Delta l = 10 \text{ cm}$, $p_{\text{külső}} = 10^5 \text{ Pa}$.
- Mennyi lesz a bezárt gáz kezdeti, illetve végső nyomása?
 - Mennyi a rugó végső megnyúlása?
 - Milyen irányban és mennyit mozdul el a henger?



(2007. október)

Megoldás:

Adatok: $V_1 = 10 \text{ dm}^3$, $m = 5 \text{ kg}$, $D = 1500 \text{ N/m}$, $\Delta l = 10 \text{ cm}$, $A = 40 \text{ cm}^2$, $t_1 = 20 \text{ }^\circ\text{C}$,
 $t_2 = 100 \text{ }^\circ\text{C}$, $p_{\text{külső}} = 10^5 \text{ Pa}$.

A bezárt gáz kezdeti nyomásának (p_1) kiszámítása a dugattyúra felírt erőegyensúly segítségével:

A dugattyúra ható erők felírása és kiszámítása:

1 + 1 + 1 + 1 pont

A dugattyút saját súlya és a külső légnyomásból adódó erő nyomja lefelé, a rugóerő, valamint a belső légnyomásból adódó erő hat rá felfelé. (Megfelelő ábra is elfogadható.)

$$F_{\text{rugó}} = D \cdot \Delta l = 1500 \text{ N}, \quad G = m \cdot g = 50 \text{ N}, \quad F_{\text{külső}} = p_{\text{külső}} \cdot A = 400 \text{ N}, \quad F_{\text{belső}} = p_1 \cdot A.$$

Az erőegyensúly felírása:

1 pont

Ezek az erők egymással egyensúlyban vannak:

$$F_{\text{rugó}} + F_{\text{belső}} = G + F_{\text{külső}}.$$

Átrendezés és számítás:

2 pont

(bontható)

$$p_1 = \frac{G + F_{\text{külső}} - F_{\text{rugó}}}{A} = 7,5 \frac{\text{N}}{\text{cm}^2} = 75000 \text{ Pa}.$$

Amennyiben a vizsgázó az erők valamelyikét (pl. a rugóerőt) nem számolja ki külön, de az az erőegyensúly képletében helyesen szerepel, a korábban emiatt levont pontot is itt kell megadni.

Annak felismerése, hogy az erők egyensúlyát a melegítés nem befolyásolja, így a belső nyomás nem változik és a rugó megnyúlása is állandó marad:

2 pont

A bezárt levegő tágulásának kiszámítása – Gay-Lussac-törvény felírása, rendezés, számítás:

1 + 1 + 1 pont

$$V_2 = \frac{T_2}{T_1} V_1 = 12,73 \text{ dm}^3.$$

Amennyiben a számszerű végeredmény azért rossz, mert a vizsgázó nem számolja át a Celsius-fokban megadott hőmérsékleteket Kelvin-fokra, 2 pontot kell levonni.

Annak felismerése, hogy a dugattyú az eredeti helyén marad, a henger viszont lejjebb csúszik:

1 pont

A henger elmozdulásának kiszámítása:

1 pont

Az elmozdulás a térfogatváltozásból számolható.

$$\Delta s = \frac{\Delta V}{A} = 68,25 \text{ cm}.$$

Összesen 14 pont

Második megoldás

A bezárt gáz kezdeti nyomásának (p_1) kiszámítása a henger súlyának segítségével:

A rugóerő meghatározása:

$$F_{\text{rugó}} = D \cdot \Delta l = 150 \text{ N}.$$

1 pont

Annak felismerése, hogy a rugót végső soron a henger és a dugattyú súlya nyújtja meg:

1 pont

ebből a henger tömegének kiszámítása:

2 pont
(bontható)

$$F_{\text{rugó}} = m_{\text{dugattyú}} \cdot g + m_{\text{henger}} \cdot g.$$

$$\text{így } m_{\text{henger}} = 10 \text{ kg}.$$

A hengert viszont közvetlenül az az erő tartja meg a gravitáció ellenében, amely a belső, illetve a külső légnyomás különbsége miatt a talpára hat. Ebből p_1 kiszámítható.

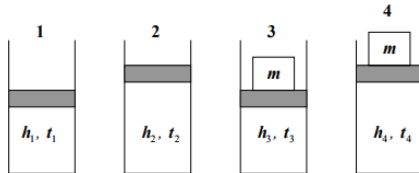
3 pont
(bontható)

$$p_{\text{külső}} \cdot A = p_1 \cdot A + m_{\text{henger}} \cdot g.$$

$$\text{amiből } p_1 = 7,5 \frac{\text{N}}{\text{cm}^2} = 75000 \text{ Pa}.$$

Majd tovább az első megoldás szerint.

10. Egy függőleges üvegcsőben ideálisnak tekinthető gáz van, amelyet egy súrlódásmentesen mozgó dugattyú zár be. A gázoszlop magassága a csőben kezdetben $h_1 = 20 \text{ cm}$. A gázt $t_2 = 50 \text{ °C}$ -ra felmelegítjük, a dugattyú eközben valamelyest feljebb emelkedik a csőben. Ezután egy súlyt helyezünk óvatosan a dugattyúra, és azt tapasztaljuk, hogy miközben a gáz hőmérséklete $t_3 = t_2 = 50 \text{ °C}$ marad, a dugattyú pont visszakerül eredeti helyzetébe ($h_3 = h_1$). Ezután $t_4 = 80 \text{ °C}$ -ra kell emelni a gáz hőmérsékletét, hogy a dugattyú ismét elérje az iménti magasságot ($h_2 = h_4$).



- a) Mennyivel emelkedett meg a dugattyú, amikor $t_2 = 50 \text{ °C}$ -ra melegítettük a gázt?
 b) Mennyi a gáz kezdeti t_1 hőmérséklete?
 c) Hány százalékkal nagyobb a gáz nyomása a 3-as helyzetben, mint az 1-es helyzetben?
 (2008. május)

Megoldás:

Adatok: $h_1 = h_3 = 20 \text{ cm}$, $t_2 = t_3 = 50 \text{ °C}$, $t_4 = 80 \text{ °C}$

Minden pontszám bontható.

- a) A Gay–Lussac-törvény felírása a 3. és a 4. állapot közti izobár folyamatra:

2 pont

Ebből a dugattyú emelkedésének kiszámítása:

3 pont

Az 50 °C -ról 80 °C -ra történő melegítés során a gáz állapotváltozása izobár. A térfogatok (az állandó keresztmetszet miatt) arányosak a gázoszlop hosszával.

$$\frac{h_4}{h_3} = \frac{V_4}{V_3} = \frac{T_4}{T_3} \Rightarrow h_4 = \frac{T_4}{T_3} \cdot h_3 = \frac{353\text{K}}{323\text{K}} \cdot 20 \text{ cm} = 21,9 \text{ cm}$$
 a dugattyú tehát $1,9 \text{ cm}$ -t emelkedett.

- b) A Gay–Lussac-törvény felírása az 1. és a 2. állapot közti izobár folyamatra:

2 pont

Ebből a kezdeti hőmérséklet kiszámítása:

3 pont

A t_1 -ről 50 °C -ra történő melegítés során a gáz állapotváltozása szintén izobár.

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{V_1}{V_2} = \frac{h_1}{h_2} \Rightarrow T_1 = \frac{h_1}{h_2} \cdot T_2$$
 amiből $T_1 = 295 \text{ K}$ a gáz kezdeti hőmérséklete.
 Celsius fokban: $t_1 = 22 \text{ °C}$.

- c) Gay–Lussac-törvény felírása az 1. és a 3. állapotra:

2 pont

Ebből a nyomás változásának kiszámítása:

1 pont

$$\frac{p_3}{p_1} = \frac{T_3}{T_1} = \frac{323\text{K}}{295\text{K}} = 1,095$$

A válasz megadása:

1 pont

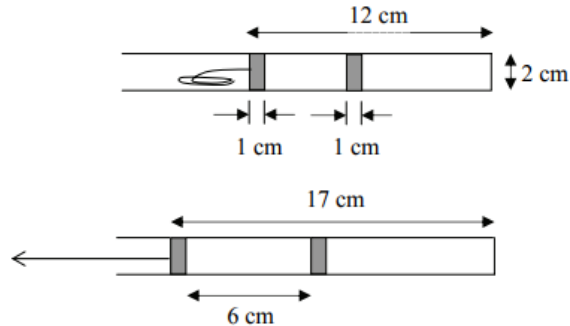
Tehát a gáz nyomása 9,5%-kal nőtt meg.

Természetesen más gondolatmenetre is teljes pontot lehet adni. A nyomásváltozás pl. kiszámolható a 2. és a 3. állapot közti izoterm állapotváltozásból is:

$$p_3 \cdot V_3 = p_2 \cdot V_2 \Rightarrow \frac{p_3}{p_2} = \frac{p_2}{p_1} = \frac{h_2}{h_3}$$

Összesen 14 pont

11. Egy hosszú, egyik végén zárt üvegcsőben két 1 cm széles dugattyú zárja el a normál nyomású levegőt, az ábrának megfelelő módon. Az üvegcső belső átmérője 2 cm. Ha a külső dugattyút nagyon lassan, egy fonál segítségével 5 cm-rel kijebb húzzuk, akkor a két dugattyú 6 cm-es légoszlopot fog közre. (A dugattyúk sűrűdása elhanyagolhatóan kicsi. A külső légnyomás: $p_0 = 10^5 \text{ Pa}$)



- a) Mekkora a bezárt levegő nyomása a két térfogatrészben a külső dugattyú kihúzása után?
 b) Mekkora erővel kell tartani ebben az állapotban a külső dugattyúhoz rögzített fonalat?
 c) Mekkora volt kezdetben a két dugattyú távolsága?
 (2008. május id.)

Megoldás:

- a) Az állapotváltozás típusának felismerése:

1 pont

A lassú tágulás miatt az állapotváltozás izoterm.
 (Külön megfogalmazás nélkül is jár a pont, ha a vizsgázó az állapotváltozást a számítások során izotermnek tekinti.)

A Boyle–Mariotte-törvény alkalmazása a teljes levegőoszlopra:

$$pV = \text{állandó}$$

1 pont

Az állandó keresztmetszet miatt a térfogatok aránya a levegőoszlopok hosszának arányával egyenlő.

$$l_0 = 10 \text{ cm}, l = 15 \text{ cm}.$$

1 pont

$$\frac{p}{p_0} = \frac{V_0}{V} = \frac{l_0}{l} = \frac{2}{3}, \text{ tehát } p = 0,66 \cdot p_0 = 6,6 \cdot 10^4 \text{ Pa}.$$

2 pont

- b) A nyomásegyensúly megfogalmazása:

2 pont

$$p + \frac{F}{A} = p_0.$$

A nyomóerő kiszámítása:

2 pont

(bontható)

$$A = r^2 \pi = 3,14 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2, \\ F = (p_0 - p) \cdot A = 10,4 \text{ N}.$$

- c) A Boyle–Mariotte-törvény alkalmazása a két dugattyú közötti levegőoszlopra:

3 pont

(bontható)

$$\frac{l_1}{l_2} = \frac{V_1}{V_2} = \frac{p}{p_0} = \frac{2}{3}, \\ \text{amiből } l_1 = 4 \text{ cm}.$$

Összesen

12 pont

12. Vízszintes, súrlódásmentesen mozgó, elhanyagolható tömegű dugattyúval elzárt tartályban 40 dm^3 térfogatú oxigén van. Az oxigén móltömege 32 g , a hőmérséklet $27 \text{ }^\circ\text{C}$, a külső légnyomás 10^5 Pa . A tartályban lévő gázt lassan, egyenletesen felmelegítettük, melynek során a gáz kitágult és 1000 J munkát végzett a környezetén.

a) Mekkora a bezárt oxigén tömege?

b) Mennyit változott a melegítés során a gáz hőmérséklete, s mekkora a végső hőmérséklet?

c) Mekkora volt a hőfelvétel és a belső energia változása?

d) Mennyit változott a melegítés során a gáz térfogata, s mekkora a térfogat a folyamat végén?

(2008. október)

Megoldás:

a) A tömeg kiszámítása:

1+1 pont

$$\frac{m}{M}RT = pV \rightarrow m = 51,3 \text{ g}$$

b) ΔT és T_2 kiszámítása:

$$\Delta T = \frac{p\Delta V}{\frac{m}{M}R} = 75 \text{ K} \rightarrow T_2 = 375 \text{ K}$$

1+1+1 pont

(ΔT felírása, kiszámítása, T_2 kiszámítása.)

c) Q és ΔE kiszámítása:

3+3 pont
(bontható)

$$Q = c_p \cdot m \cdot \Delta T = 3500 \text{ J}$$

$$\Delta E = c_v \cdot m \cdot \Delta T = 2500 \text{ J}$$

d) A térfogartváltozás kiszámítása:

1+1+1 pont

$$\Delta V = \frac{W}{p} = 0,01 \text{ m}^3 = 10 \text{ dm}^3 \rightarrow V_2 = 50 \text{ dm}^3$$

(ΔV felírása, kiszámítása, V_2 kiszámítása.)

Megoldási variációk:

- Bár a szabadsági fokok fogalma nem szerepel a követelményrendszerben, de használatukkal Q és ΔE közvetlenül és gyorsan kiszámítható. A 3+3 pont ekkor is jár, amennyiben a jelölt gondolatmenete következetes.
- A fajhőértékek a függvénytáblázatból kikereseshetők, vagy a szabadsági fokok segítségével is felírhatók.
- T_2 -ből V_2 , vagy V_2 -ből T_2 közvetlenül is kiszámítható a $\frac{pV}{T}$ állandó összefüggés felhasználásával.

Összesen

14 pont

13. Egy ismeretlen fém fajhőjét szeretnénk megmérni. Ehhez a fémből egy 2 kg-os 70 °C-os darabot hőszigetelt edénybe helyezünk. Az edénybe előzőleg 2,5 kg tömegű vizet töltöttünk. A fémdarab behelyezésekor a víz és az edény hőmérséklete egyaránt 22 °C. Az edényt bezárjuk, és azt tapasztaljuk, hogy egy óra elteltével az edényben a víz hőmérséklete 28 °C-on állapodott meg. Az edény hőkapacitása

$$C_{\text{edény}} = 2100 \frac{\text{J}}{\text{K}} \quad (c_{\text{víz}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}})$$

Mekkora az ismeretlen fém fajhője?
(2009. május)

Megoldás:

Adatok: $m_f = 2 \text{ kg}$, $t_f = 70 \text{ }^\circ\text{C}$, $m_v = 2,5 \text{ kg}$, $t_v = t_e = 22 \text{ }^\circ\text{C}$, $t_k = 28 \text{ }^\circ\text{C}$, $c_{\text{víz}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$,

$$C_{\text{edény}} = 2100 \frac{\text{J}}{\text{K}}$$

Az energiamérleg megfogalmazása:

3 pont

A fém által leadott hőt a víz és az edény veszi fel.

$$\text{vagy } Q_{\text{fém}} + Q_{\text{víz}} + Q_{\text{edény}} = 0,$$

$$\text{vagy } |Q_{\text{fém}}| = |Q_{\text{víz}}| + |Q_{\text{edény}}|.$$

(A $Q_{\text{fém}} = Q_{\text{víz}} + Q_{\text{edény}}$ csak abban az esetben fogadható el, ha a későbbiekben egyértelműen kiderül a tartalmilag helyes előjelértelmezés.)

A hőmennyiségek kifejezése, egyenletbe helyettesítése:

$$|Q_{\text{fém}}| = c_f \cdot m_f \cdot (t_f - t_k)$$

1 pont

$$|Q_{\text{víz}}| = c_v \cdot m_v \cdot (t_k - t_v)$$

1 pont

$$|Q_{\text{edény}}| = C_e \cdot (t_k - t_v)$$

1 pont

$$c_f \cdot m_f \cdot (t_f - t_k) = c_v \cdot m_v \cdot (t_k - t_v) + C_e \cdot (t_k - t_v)$$

1 pont

(A hőmennyiségek abszolút értékeinek vagy előjeles értékeinek kifejezése, illetve az egyenletbe történő behelyettesítése a vizsgázó által választott módtól függ. Ha például $Q_{\text{fém}} + Q_{\text{víz}} + Q_{\text{edény}} = 0$ volt a választott alak, akkor a logikus folytatás

$c_{\text{fém}} \cdot m_f \cdot \Delta t_f + c_{\text{víz}} \cdot m_v \cdot \Delta t_v + C_{\text{edény}} \cdot \Delta t_e = 0$. Ebben a lépésben tehát a helyes előjelhasználatot értékeljük alapvetően.)

rendezés, számítás:

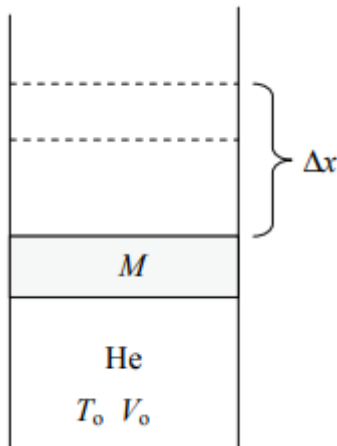
3 pont
(bontható)

$$c_{\text{fém}} = 900 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

(Ha a végeredmény mértékegysége hibás vagy hiányzik, akkor max. 2 pont adható.)

Összesen: 10 pont

14. Egy függőleges hengerben $A = 20 \text{ cm}^2$ felületű, $M = 10 \text{ kg}$ tömegű, súrlódásmentesen mozgó dugattyú héliumgázt zár be. A gáz kezdeti hőmérséklete $T_0 = 293 \text{ K}$, térfogata $V_0 = 400 \text{ cm}^3$. A gázt melegíteni kezdjük, eközben a dugattyú lassan $\Delta x = 10 \text{ cm}$ -t emelkedik.



- a) Mennyi a bezárt gáz tömege?
 b) Mekkora a bezárt gáz hőmérséklete a melegítés végén?
 c) Mennyi munkát végzett a bezárt gáz a melegítés során?
 ($P_{\text{külső}} = 10^5 \text{ Pa}$, az ábra nem méretarányos)
 (2009. október)

Megoldás:

Adatok: $A = 20 \text{ cm}^2$, $M = 10 \text{ kg}$, $T_0 = 293 \text{ K}$, $V_0 = 400 \text{ cm}^3$, $\Delta x = 10 \text{ cm}$

- a) A bezárt gáz kezdeti nyomásának kiszámítása:

$$p_0 = p_{\text{külső}} + \frac{M \cdot g}{A} = 15 \frac{\text{N}}{\text{cm}^2} = 1,5 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

2 pont
(bontható)

Az állapotegyenlet alkalmazása a bezárt gáz tömegének kiszámítására:

$$p_0 \cdot V_0 = n \cdot R \cdot T_0, \quad n = \frac{m}{M_{\text{He}}}, \quad \text{melyekből } m = 0,1 \text{ g}$$

3 pont
(bontható)

- b) A gáz melegítés utáni térfogatának kiszámítása:

$$V_1 = V_0 + A \cdot \Delta x = 600 \text{ cm}^3$$

2 pont
(bontható)

A Gay-Lussac-törvény alkalmazása a hőmérséklet kiszámítására:

$$\frac{V_1}{V_0} = \frac{T_1}{T_0}, \quad \text{amiből } T_1 = 439,5 \text{ K}$$

3 pont
(bontható)

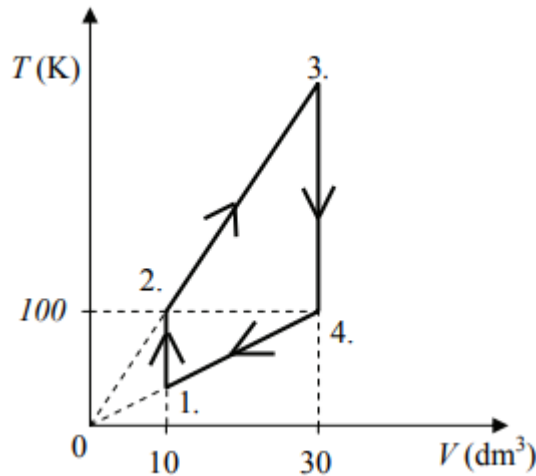
- c) A gáz által végzett munka kiszámítása:

$$W = p_0 \cdot \Delta V = 30 \text{ J}$$

3 pont
(bontható)

Összesen: 13 pont

15. 2g hélium gázzal az ábrán látható körfolyamatot hajtottuk végre.
($R = 8,3 \text{ J/mol} \cdot \text{K}$)



- a) Határozza meg az 1. és 3. állapothoz tartozó hiányzó hőmérsékletértékeket!
b) Határozza meg az egyes állapotokhoz tartozó nyomásadatokat!
c) Ábrázolja a folyamatot $p(V)$ diagramon!
(2010. május)

Megoldás:

Adatok: $R = 8,3 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$, $V_1 = V_2 = 10 \text{ dm}^3$, $V_3 = V_4 = 30 \text{ dm}^3$, $T_2 = T_4 = 100 \text{ K}$, $m = 2 \text{ g}$

- a) Az izobár szakaszok felismerése:

1 + 1 pont

$$p_1 = p_4, p_2 = p_3 \text{ vagy:}$$

Mivel az 1. illetve a 4. pont ugyanarra az origón átmenő egyenesre illeszkedik, ezért a nyomás állandó. Ugyanezen okból a 2. és a 3. pont nyomása is egyenlő. (A megfelelő nyomások egyenlőségének megállapítása különösebb indoklás nélkül is elfogadható.)

A T_1 , illetve a T_3 hőmérséklet meghatározása:

1 + 1 + 1 pont

$$T_1 = \frac{V_1}{V_4} \cdot T_4 = \frac{100}{3} \text{ K} \approx 33 \text{ K}$$

$$T_3 = \frac{V_3}{V_2} \cdot T_2 = 300 \text{ K}$$

(A Gay-Lussac-törvény megfogalmazására, felírására vagy alkalmazására 1 pont, a két helyesen meghatározott hőmérséklet-értékre 1+1 pont adható.)

- b) Az állapotegyenlet megfogalmazása:

1 pont

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T$$

A molszám meghatározása:

1 pont

$$n = 0,5, \text{ mert } m = 2 \text{ g és } M = 4 \text{ g/mol}$$

p_2 és p_4 kiszámítása:

1 + 1 pont

$$p_2 = 0,5 \text{ mol} \cdot 8,3 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}} \cdot \frac{100 \text{ K}}{10 \text{ dm}^3} \approx 4,2 \cdot 10^4 \text{ Pa}$$

$$p_4 = 0,5 \text{ mol} \cdot 8,3 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}} \cdot \frac{100 \text{ K}}{30 \text{ dm}^3} \approx 1,4 \cdot 10^4 \text{ Pa}$$

A másik két pont nyomásának megadása:

1 pont

$$p_1 = p_4 \text{ és } p_3 = p_2$$

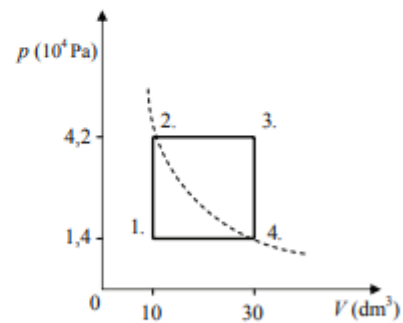
(Az 1 pont akkor adható meg, ha a vizsgázó a p_2 és p_4 értékét meghatározta.)

c) A folyamat ábrázolása a $p(V)$ diagramon:

4 pont
(bontható)

Az ábrázolásnál a tengelyek megfelelő jelölése 1 pontot, a körfolyamat helyes ábrázolása 3 pontot ér.

Az izoterma feltüntetésének elmulasztása, illetve a térfogatok és nyomások számszerű értékeinek hiánya nem számít hibának, de az ábrán a megfelelő térfogatok, illetve nyomások egyenlőségének jól kivehetőnek kell lenniük. (Azaz a folyamatot „téglalappal” kell ábrázolni, és az egyes „sarkokban” fel kell tüntetni az állapotok sorszámát.)



Összesen: 14 pont

16. Egy $m_{\text{vas}} = 2 \text{ kg}$ tömegű, $t_0 = 1000 \text{ }^\circ\text{C}$ hőmérsékletű izzó vasdarabot vízbe mártva hűtöttünk le. A vasdarabot behelyeztük egy hőszigetelt edénybe, amelyben $t_1 = 20 \text{ }^\circ\text{C}$ -os víz volt, majd az edényt bezártuk. A vízbe merítés közben azonban a vas a vele közvetlenül érintkező vizet rögtön felforralt, és az így keletkező $100 \text{ }^\circ\text{C}$ -os gőz kiszökött a levegőbe. Kis idő elteltével az edényt kinyitottuk és azt tapasztaltuk, hogy a víz, illetve a vasdarab közös hőmérséklete $60 \text{ }^\circ\text{C}$ volt, és az edényben $4,2 \text{ kg}$ víz maradt.

Mennyi víz forrt el, amikor a vasdarabot behelyeztük az edénybe?

Adatok: a víz fajhője $c_{\text{víz}} = 4,18 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{ }^\circ\text{C}}$, a víz forráshője $L_f = 2,25 \frac{\text{MJ}}{\text{kg}}$, a vas fajhője

$$c_{\text{vas}} = 465 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{ }^\circ\text{C}}$$

(2010. május id.)

Megoldás:

Adatok: $m_{\text{vas}} = 2 \text{ kg}$, $t_0 = 1000 \text{ }^\circ\text{C}$, $t_{\text{közös}} = 60 \text{ }^\circ\text{C}$, $t_1 = 20 \text{ }^\circ\text{C}$, $m_{\text{víz}} = 4,2 \text{ kg}$

$$c_{\text{víz}} = 4,18 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{ }^\circ\text{C}}, \quad L_f = 2,25 \frac{\text{MJ}}{\text{kg}}, \quad c_{\text{vas}} = 465 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{ }^\circ\text{C}}$$

A vas által leadott hő felírása és kiszámítása:

1 + 1 pont

$$Q_{\text{vas}} = c_{\text{vas}} \cdot m_{\text{vas}} \cdot (t_0 - t_{\text{közös}}) = 874200 \text{ J}$$

A felmelegített víz által felvett hő felírása és kiszámítása:

1 + 1 pont

$$Q_{\text{víz}} = c_{\text{víz}} \cdot m_{\text{víz}} \cdot (t_{\text{közös}} - t_1) = 702240 \text{ J}$$

A gőzzé vált víz által felvett hő felírása és kiszámítása:

1 + 1 pont

$$Q_2 = Q_{\text{vas}} - Q_{\text{víz}} \approx 172000 \text{ J}$$

A gőzzé vált víz által felvett hő felírása az elpárolgott víz tömegének segítségével és a keresett tömeg kiszámítása:

4 pont

(bontható)

$$Q_2 = m_g \cdot (c_{\text{víz}} \cdot 80 \text{ }^\circ\text{C} + L_f) \text{ amiből } m_g \approx 0,067 \text{ kg}$$

Összesen: 10 pont

17. Egy elhanyagolható hőkapacitású edényben lévő $m_v = 0,5$ kg tömegű 20°C -os vizet 60°C -ra melegítettünk fel egy 1 kW teljesítményű elektromos főzőlapon. A melegítés 2 percig tartott. Ha a vízben $m_f = 0,4$ kg össztömegű fémdarabkák lettek volna, akkor 20 másodperccel tovább tartott volna a melegítés. (Feltételezhetjük, hogy a melegítés hatásfoka az időtől független állandó és mindkét esetben azonos.)

a) Mennyi a merülőforraló hatásfoka?

b) Mekkora a vízbe tett fém fajhője?

(Adatok: $c_{\text{víz}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}}$)

(2010. október)

Megoldás:

Adatok: $c_v = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}}$, $m_{\text{víz}} = 0,5$ kg, $m_{\text{fém}} = 0,4$ kg, $T_1 = 20^\circ\text{C}$, $T_2 = 60^\circ\text{C}$,

$P_{\text{elektromos}} = 1$ kW, $t_1 = 2$ perc, $t_2 = 2$ perc 20sec

a) *A melegítő hasznos teljesítményének meghatározása:*

2 + 1 pont

A melegítő hasznos teljesítménye a víz energiaváltozásából számolható:

$$P_h = \frac{\Delta E_{\text{víz}}}{t_1} = \frac{c \cdot m \cdot (T_2 - T_1)}{t_1} = \frac{84000 \text{ J}}{120 \text{ s}} = 700 \text{ W}$$

A melegítő hatásfokának felírása és kiszámítása:

1 + 1 pont

$$\eta = \frac{P_h}{P_{\text{elektromos}}} = 0,7, \text{ azaz } 70\%.$$

(A melegítő hatásfoka az energiák arányából is kiszámolható.)

b) *A fém melegítésére fordított hő meghatározása:*

1+1+1 pont

A főzőlap 140 s alatt 140 kJ hőt ad le.

Ennek 70%-a fordítódik a víz és a fém melegítésére, azaz 98 kJ.

Ebből a víz melegítése 84 kJ hőt igényel, ezért a fém 14 kJ hőt vesz fel.

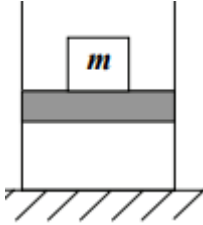
A fém fajhőjének meghatározása:

$$c_{\text{fém}} = \frac{Q}{m_f \cdot \Delta T} = \frac{14 \text{ kJ}}{0,4 \text{ kg} \cdot 40^\circ\text{C}} = 875 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}}$$

1+1 pont

Összesen: 10 pont

18. Egy vékony falú, függőlegesen álló hengerben $t_0 = -120\text{ }^\circ\text{C}$ hőmérsékletű ideális gáz van, amelyet egy könnyen mozgó, súlytalan, $A = 200\text{ cm}^2$ felületű dugattyú zár el. A dugattyún $m = 50\text{ kg}$ tömegű súly helyezkedik el. A gáz lassan felmelegszik a szoba $t_1 = 20\text{ }^\circ\text{C}$ -os hőmérsékletére. (A külső légnyomás 10^5 Pa .)



- a) Mekkora a bezárt gáz térfogata kezdetben, ha lassú felmelegedés közben a dugattyú $h = 10\text{ cm}$ -t emelkedik?
 b) Mennyivel nőtt meg a dugattyúra helyezett test helyzeti energiája? Mennyi munkát végzett a gáz a folyamat során?
 (2011. május)

Megoldás:

Adatok: $t_0 = -120\text{ }^\circ\text{C}$, $t_1 = 20\text{ }^\circ\text{C}$, $A = 200\text{ cm}^2$, $m = 50\text{ kg}$, $h = 10\text{ cm}$, $g = 10\text{ m/s}^2$.

a) A gáz kezdeti térfogatának kiszámítása:

6 pont
(bontható)

A bezárt gáz nyomása állandó (1 pont), ezért $\frac{V_0}{T_0} = \frac{V_1}{T_1}$ (1 pont).

Mivel $\Delta V = A \cdot h = 2000\text{ cm}^3$ (1 pont) és $V_1 = V_0 + \Delta V$ (1 pont),

így $V_0 = \frac{\Delta V \cdot T_0}{T_1 - T_0} = 2186\text{ cm}^3$. (Képlet felírása és számítás 1 + 1 pont)

b) A helyzeti energia megváltozásának kiszámítása:

1 pont

$$\Delta E = m \cdot g \cdot h = 50\text{ J}$$

A gáz által végzett munka kiszámítása:

5 pont
(bontható)

A bezárt gáz nyomása $p = p_{\text{atm}} + \frac{m \cdot g}{A} = 12,5 \frac{\text{N}}{\text{cm}^2}$.

(képlet felírása és számítás 2 + 1 pont)

Ezért a gáz által végzett munka $W = p \cdot \Delta V = 250\text{ J}$.

(képlet felírása és számítás 1 + 1 pont)

(Amennyiben a vizsgázó a bezárt gáz nyomásának kiszámításánál nem veszi figyelembe a külső légköri nyomást, két pontot kell levonni.)

Összesen: 12 pont

19. Az alábbi táblázat a vízpárával teljesen telített levegő (azaz a 100%-os relatív páratartalmú levegő) páratartalmát mutatja a hőmérséklet függvényében, normál nyomáson.

°C	g/m ³	°C	g/m ³	°C	g/m ³	°C	g/m ³
-20	1,2	+1	5,2	13	11,4	25	23,1
-10	2,2	3	6,0	15	12,9	27	25,8
-5	3,3	5	6,8	17	14,5	29	28,7
-3	3,8	7	7,8	19	16,3	30	30,0
-1	4,5	9	8,8	21	18,4	35	38,0
0	4,8	11	10,0	23	20,6	40	50,0

- a) Egy sátorban a levegő hőmérséklete 30 °C, a lehülés során telítetté 5 °C-on válik (harmatpont). Mekkora a sátorban a relatív páratartalom?
b) Hány vízmolekula található 1 liternyi sátorbeli levegőben?
c) Hány gramm víz csapódik ki a zárt sátor levegőjének egy köbméteréből, ha a sátor 0 °C-ra hűl le? (A víz moláris tömege 18 g/mol.)
(2012. május)

Megoldás:

Adatok: $t = 30\text{ °C}$, $t_{\text{harmat}} = 5\text{ °C}$, $M = 18\text{ g/mol}$, $t_2 = 0\text{ °C}$, $1\text{ mol} = 6 \cdot 10^{23}$.

a) A levegő páratartalmának megadása:

2 pont

A táblázatból leolvasható, hogy az 5 °C-on telítetté váló levegő 6,8 g/m³ vízpárat tartalmaz.

A 30 °C-os levegő telítettséghez szükséges páratartalmának megadása:

2 pont

A táblázat szerint 30 g/m³.

A levegő relatív páratartalmának megadása:

2 pont

Az előző két érték hányadosából a relatív páratartalom 23%.

b) A literenkénti molekulaszám megadása:

3 pont
(bontható)

A páratartalom $\frac{6,8\frac{\text{g}}{\text{m}^3}}{18\frac{\text{g}}{\text{mol}}} = 0,38\frac{\text{mol}}{\text{m}^3}$ (1 pont), 1 literben tehát $2,3 \cdot 10^{20}$ db vízmolekula van

(2 pont).

c) A 0 °C-on kicsapódó vízmennyiség megadása:

3 pont
(bontható)

Mivel a táblázatból láthatóan 0 °C-on a levegő legfeljebb 4,8 g/m³ vizet tartalmazhat (2 pont), köbméterenként 6,8 g – 4,8 g = 2 g víz csapódik ki a hűlés során (1 pont).

Összesen: 12 pont

20. Egy vékony falú $V=200 \text{ dm}^3$ térfogatú tartályba $t_0 = -123 \text{ }^\circ\text{C}$ hőmérsékletű héliumgázt töltünk. A tartály oldalán biztonsági szelep található. Ez lényegében egy $A=5 \text{ cm}^2$ felületű lukacska, amelyre egy rugó zárólapot szorít. A rugóban ébredő erő $F = 25 \text{ N}$. A gáz nyomása kezdetben $p_0 = 10 \text{ N/m}^2$. A tartályban lévő gáz lassan felmelegszik a környezet $t_1 = 27 \text{ }^\circ\text{C}$ -os hőmérsékletére.

($R=8300 \text{ J/mol}\cdot\text{K}$)



- a) Mekkora a tartályba zárt héliumgáz tömege kezdetben?
 b) Mennyi a gáz hőmérséklete, amikor kinyit a biztonsági szelep?
 c) Mennyi a tartályban lévő héliumgáz tömege, amikor a hőmérséklet eléri a környezet hőmérsékletét?

(2012. május id.)

Megoldás:

Adatok: $V = 200 \text{ dm}^3$, $t_0 = -123 \text{ }^\circ\text{C}$, $t_1 = 27 \text{ }^\circ\text{C}$, $A = 5 \text{ cm}^2$, $F = 25 \text{ N}$, $p_0 = 10 \frac{\text{N}}{\text{cm}^2}$,

$$R = 8300 \frac{\text{J}}{\text{K}\cdot\text{kmol}}, M = 4 \frac{\text{kg}}{\text{kmol}}.$$

- a) A tartályba töltött héliumgáz tömegének felírása és kiszámítása:

3 pont
(bontható)

$$p \cdot V = \frac{m}{M} \cdot R \cdot T \Rightarrow m = \frac{p \cdot V \cdot M}{R \cdot T} \text{ amiből } m = 64 \text{ g. (A gázörvény felírása 1 pont, a megfelelő adatok behelyettesítése 1 pont, a keresett tömeg kiszámítása 1 pont.)}$$

- b) A biztonsági szelep kinyitásához szükséges nyomás felírása és kiszámítása:

3 pont
(bontható)

A szelep akkor nyílik ki, amikor a zárólappal belülről ható erő éppen meghaladja a külső légnyomásból származó erőnek és a rugóerőnek az összegét.

$$A \cdot p_{\text{max}} = A \cdot p_0 + F \text{ (2 pont)}$$

$$\text{A tartályban lévő gáz nyomása ekkor } p_{\text{max}} = p_0 + \frac{F}{A} = 15 \frac{\text{N}}{\text{cm}^2}. \text{ (1 pont)}$$

- A keresett hőmérséklet felírása és meghatározása:

3 pont
(bontható)

Mivel az állapotváltozás állandó térfogat mellett megy végbe, a Gay-Lussac-törvény

$$\text{alkalmazható rá: } \frac{p_0}{T_0} = \frac{p_{\text{max}}}{T} \text{ (1 pont), amiből } T = \frac{p_{\text{max}} \cdot T_0}{p_0} = 225 \text{ K, azaz } t = -48 \text{ }^\circ\text{C}$$

(rendezés és számítás, 1 + 1 pont). (A keresett hőmérsékletet nem szükséges Celsius fokra átváltani, amennyiben a Kelvinben kiszámított hőmérséklet helyes, a teljes pont jár.)

- c) Annak felismerése, hogy a gáz további melegedése már nem növeli a nyomást, mivel a biztonsági szelepen át folyamatosan távozik a gáz egy része:

2 pont

Amennyiben a vizsgázó ezt a felismerést nem írja le, de valahol képlettel kifejezi (pl. $p_{\text{veg}} = p_{\text{max}}$ vagy a későbbi számolásban p_{max} szerepeltetése végső nyomásként), a két pont jár.

- A tartályban maradó héliumgáz tömegének felírása és kiszámítása:

1 + 1 pont

Mivel a tartályban lévő gáz végső nyomása p_{max} , ezért a felmelegedés végén

$$p_{\text{max}} \cdot V = \frac{m_1}{M} \cdot R \cdot T_1 \Rightarrow m_1 = 48 \text{ g.}$$

Amennyiben a vizsgázó a bezárt gáz végső nyomásának a külső nyomást veszi (mondván, hogy a szelep „kinyitott”), a c) kérdésre legfeljebb két pont adható.

Összesen: 13 pont

21. Egy 0,3 kg tömegű rézgolyót 1 méter magasságból 0,1 kg tömegű vaslemezre ejtünk, melyen néhány pattanás után megáll. A golyó indulásakor a két fém hőmérséklete azonos. A rendszer hőszigetelt vákuumtartályban van. Az egyensúly beállta után mennyivel emelkedett a rézgolyó hőmérséklete?

$$(c_{\text{réz}} = 385 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}, c_{\text{vas}} = 460 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}, g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})$$

(2012. október)

Megoldás:

$$\text{Adatok: } m_{\text{réz}} = 0,3 \text{ kg}, m_{\text{vas}} = 0,1 \text{ kg}, h = 1 \text{ m}, c_{\text{réz}} = 385 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}, c_{\text{vas}} = 460 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}},$$

$$g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Az állapotváltozások energetikai értelmezése:

A folyamat során a rézgolyó kezdeti helyzeti energiája teljes egészében hővé alakul a pattogások számától függetlenül.

2 pont
(bontható)

A keletkező hő teljes egészében a két test melegítésére fordítódik.

1 pont

A két fém azonos hőmérsékletre melegszik fel. (Termikus egyensúly)

2 pont

(Nem tekinthető hibának a precíz szöveges megfogalmazás hiánya, amennyiben az alkalmazások során egyértelműen kiderül, hogy a vizsgázó felismerte a megfelelő összefüggést.)

A golyó helyzeti energiájának kiszámítása:

1 + 1 pont

$$E_h = m_{\text{réz}} \cdot g \cdot h = 3 \text{ J (felírás és számítás)}$$

Az energia és a hőmérséklet-változás összefüggésének felírása:

3 pont
(bontható)

$$E_h = m_{\text{réz}} \cdot c_{\text{réz}} \cdot \Delta T + m_{\text{vas}} \cdot c_{\text{vas}} \cdot \Delta T$$

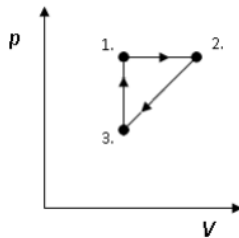
A hőmérséklet-változás kiszámítása:

1 + 1 pont

$$\Delta T = \frac{E_h}{m_{\text{réz}} \cdot c_{\text{réz}} + m_{\text{vas}} \cdot c_{\text{vas}}} = 1,9 \cdot 10^{-2} \text{ K (rendezés, számítás)}$$

Összesen 12 pont

22. Bizonyos mennyiségű héliummal a mellékelt ábrán látható körfolyamatot hajtjuk végre. $V_1 = V_3 = 25 \text{ dm}^3$, $p_1 = p_2 = 4 \cdot 10^5 \text{ Pa}$, $T_1 = 300 \text{ K}$, $p_3 = 2 \cdot 10^5 \text{ Pa}$, $V_2 = 50 \text{ dm}^3$.



- a) Mekkora T_2 és T_3 ?
 b) Mennyi a gázon végzett munka és a gázzal közölt hő az egyes részfolyamatokban?
 c) Mennyi a teljes körfolyamat hatásfoka?
 (2013. május)

Megoldás:

Adatok: $V_1 = V_3 = 25 \text{ dm}^3$, $p_1 = p_2 = 4 \cdot 10^5 \text{ Pa}$, $T_1 = 300 \text{ K}$, $p_3 = 2 \cdot 10^5 \text{ Pa}$, $V_2 = 50 \text{ dm}^3$

a) A keresett hőmérsékletértékek meghatározása:

1 + 1 pont

A Gay-Lussac első törvényét alkalmazva az 1→2 folyamatra:

$$T_2 = \frac{V_2}{V_1} \cdot T_1 = 600 \text{ K} \quad (1 \text{ pont})$$

A Gay-Lussac második törvényét alkalmazva a 2→3 folyamatra:

$$T_3 = \frac{p_3}{p_2} \cdot T_2 = 150 \text{ K} \quad (1 \text{ pont})$$

b) A gázon végzett munka és a gázzal közölt hő meghatározása az egyes folyamatokban:

9 pont

(bontható)

A gázon végzett munkát a görbe alatti területtel számolhatjuk (1 pont), a hélium belső energiája

$$E = \frac{3}{2} p \cdot V \quad (1 \text{ pont}), \text{ valamint a hőtan első főtétele } \Delta E = Q + W \quad (1 \text{ pont})$$

összefüggéseinek segítségével lehet meghatározni. Ezen egyenletek felírására egyszer kell pontot adni, ott, ahol a vizsgázo először paraméteresen felírja őket. Ennek hiányában ott jár a pont érte, ahol a vizsgázo először alkalmazza őket konkrét mennyiségek felhasználásával.

Az 1→2 folyamatban:

$$W_{1 \rightarrow 2} = -4 \cdot 10^5 \text{ Pa} \cdot 25 \text{ dm}^3 = -10^4 \text{ J} \quad (1 \text{ pont}),$$

$$E_2 = 2 \cdot E_1 \Rightarrow \Delta E_{1 \rightarrow 2} = \frac{3}{2} p_1 \cdot V_1 = 1,5 \cdot 10^4 \text{ J}, \text{ amiből}$$

$$Q_{1 \rightarrow 2} = \Delta E_{1 \rightarrow 2} - W_{1 \rightarrow 2} = 2,5 \cdot 10^4 \text{ J} \quad (1 \text{ pont}).$$

A 2→3 folyamatban:

$$W_{2 \rightarrow 3} = -\frac{2 \cdot 10^5 \text{ Pa} + 4 \cdot 10^5 \text{ Pa}}{2} \cdot (-25 \text{ dm}^3) = 7,5 \cdot 10^3 \text{ J} \quad (1 \text{ pont})$$

$$E_3 = \frac{E_1}{2} \Rightarrow \Delta E_{2 \rightarrow 3} = -2,25 \cdot 10^4 \text{ J}, \text{ amiből } Q_{2 \rightarrow 3} = \Delta E_{2 \rightarrow 3} - W_{2 \rightarrow 3} = -3 \cdot 10^4 \text{ J} \quad (1 \text{ pont}).$$

A 3→1 folyamatban:

$$W_{3 \rightarrow 1} = 0 \quad (1 \text{ pont}),$$

$$\Delta E_{3 \rightarrow 1} = \frac{E_1}{2} = \frac{3}{4} \cdot 10^4 \text{ J}, \text{ amiből } Q_{3 \rightarrow 1} = \frac{3}{4} \cdot 10^4 \text{ J} \quad (1 \text{ pont}).$$

c) A körfolyamat hatásfokának felírása és kiszámítása:

1 + 1 + 1 pont

A hatásfok a gáz által végzett összes munka, illetve a felvett összes hő hányadosa, azaz

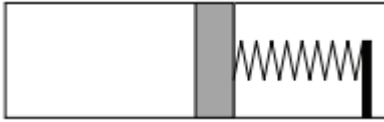
$$\eta = \frac{W_{2 \rightarrow 3} - W_{1 \rightarrow 2}}{Q_{1 \rightarrow 2} + Q_{3 \rightarrow 1}} \quad (1+1 \text{ pont}), \text{ amiből } \eta = 7,7\% \quad (1 \text{ pont}).$$

(Amennyiben a vizsgázo a feladatot a hélium állandó térfogatán és állandó nyomáson vett fajhője segítségével oldja meg, a teljes pontszám megadandó.)

Összesen

14 pont

23. Az ábrán látható hengerben súrlódásmentesen mozgó $A = 5 \text{ dm}^2$ területű dugattyú $V_1 = 20 \text{ dm}^3$ ideális gázt zár be. A dugattyúhoz egy $D = 100 \text{ N/cm}$ rugóállandójú ideális rugó van erősítve, mely kezdetben nincsen sem megnyújtva, sem pedig összenyomva. A bezárt gáz hőmérséklete $t_1 = 27 \text{ }^\circ\text{C}$, a külső nyomás pedig $p_1 = 10 \text{ N/cm}^2$. A gázt addig melegítjük, amíg térfogata $V_2 = 30 \text{ dm}^3$ lesz. Mennyi lesz ekkor a gáz hőmérséklete?



(2013. május id.)

Megoldás:

Adatok: $V_1 = 20 \text{ dm}^3$, $V_2 = 30 \text{ dm}^3$, $A = 5 \text{ dm}^2$, $D = 100 \text{ N/cm}$, $t_1 = 27 \text{ }^\circ\text{C}$, $p_1 = 10 \text{ N/cm}^2$

A bezárt gáz végső nyomásának kiszámítása:

7 pont
(bontható)

A gáz tágulás közben összenyomja a rugót, amelynek hosszváltozása:

$$\Delta x = \frac{\Delta V}{A} = \frac{10 \text{ dm}^3}{5 \text{ dm}^2} = 2 \text{ dm} \quad (\text{képlet + számítás, 1 + 1 pont})$$

Így a rugóban ébredő erő:

$$F = D \cdot \Delta x = 2000 \text{ N} \quad (\text{képlet + számítás, 1 + 1 pont})$$

A gáz végső nyomása a külső nyomás és a rugóerőből származó nyomás összege:

$$p_2 = p_1 + \frac{F}{A} = 10 \frac{\text{N}}{\text{cm}^2} + \frac{2000 \text{ N}}{500 \text{ cm}^2} = 14 \frac{\text{N}}{\text{cm}^2} \quad (\text{képlet + számítás, 2 + 1 pont})$$

Az egyesített gáztörvény felírása az állapotváltozásra és a gáz végső hőmérsékletének meghatározása:

4 pont
(bontható)

$$\frac{p_1 \cdot V_1}{T_1} = \frac{p_2 \cdot V_2}{T_2} \Rightarrow T_2 = T_1 \cdot \frac{p_2 \cdot V_2}{p_1 \cdot V_1} = 300 \text{ K} \cdot \frac{7}{5} \cdot \frac{3}{2} = 630 \text{ K} \quad \text{azaz } t_2 = 357 \text{ }^\circ\text{C}.$$

(képlet + átrendezés + számítás, 1 + 1 + 2 pont)

(A végső átszámítás Celsius-fokra nem feltétlenül szükséges, a kelvinben megadott helyes végeredményre is teljes pontszám jár.)

Összesen

11 pont

24. Egy $t_1 = 20\text{ }^\circ\text{C}$ -os, nagyon pontosan $d = 10\text{ cm}$ átmérőjű, tömör rézhengerre egy alumíniumból készült, vele megegyező hőmérsékletű gyűrűt szeretnék ráhúzni. A gyűrű belső átmérője szemmértékre szintén 10 cm , ám mégsem tudjuk a rézhengerre húzni. Ezért melegíteni kezdjük a gyűrűt, és azt tapasztaljuk, hogy akkor lehet ráhúzni a (még mindig $20\text{ }^\circ\text{C}$ -os) rézhengerre, amikor a hőmérséklete eléri a $t_2 = 120\text{ }^\circ\text{C}$ -ot.

a) Mekkora volt az alumínium gyűrű belső átmérője melegítés előtt, amikor a hőmérséklete még csak $20\text{ }^\circ\text{C}$ volt?

b) A rézhengerre húzott és $120\text{ }^\circ\text{C}$ -ra felmelegített gyűrűt hagyjuk $20\text{ }^\circ\text{C}$ -ra visszahűlni. A gyűrű erősen rászorul a hengerre, nem lehet lehúzni róla. Ezek után együtt kezdjük melegíteni a hengert a ráhúzott gyűrűvel. Mekkora hőmérséklet felett lehet a gyűrűt könnyedén lehúzni a hengerről?

(A réz hőtágulási együtthatója $\alpha_{Cu} = 1,62 \cdot 10^{-5} \frac{1}{^\circ\text{C}}$, az alumíniumé $\alpha_{Al} = 2,39 \cdot 10^{-5} \frac{1}{^\circ\text{C}}$.)

(2014. május)

Megoldás:

Adatok: $d_1 = 10\text{ cm}$, $t = 20\text{ }^\circ\text{C}$, $t' = 120\text{ }^\circ\text{C}$, $\alpha_{Cu} = 1,62 \cdot 10^{-5} \frac{1}{^\circ\text{C}}$, $\alpha_{Al} = 2,39 \cdot 10^{-5} \frac{1}{^\circ\text{C}}$.

a) A gyűrű belső átmérőjének kiszámítása $t = 20\text{ }^\circ\text{C}$ -on:

3 pont
(bontható)

Mivel $t' = 120\text{ }^\circ\text{C}$ -on $d_2' = 10\text{ cm}$ (1 pont), ezért

$$d_2 = d_2' (1 - 100\text{ }^\circ\text{C} \cdot \alpha_{Al}) = 9,976\text{ cm} \text{ (képlet + számítás, 1 + 1 pont).}$$

b) Annak felismerése, hogy a keresett hőmérsékleten a henger átmérője és a gyűrű belső átmérője megegyezik:

1 pont

$$d_2'' = d_1''$$

Amennyiben a vizsgázó ezt nem írja le, de később ennek megfelelően számol, a pont jár.

A hőtágulásra vonatkozó egyenlet felírása és a keresett hőmérséklet meghatározása:

6 pont
(bontható)

$$d_1 \cdot [1 + \alpha_{Cu}(t'' - t)] = d_2 \cdot [1 + \alpha_{Al}(t'' - t)] \text{ (képlet, 2 pont),}$$

$$\text{amiből } t'' = t + \frac{d_1 - d_2}{d_2 \cdot \alpha_{Al} - d_1 \cdot \alpha_{Cu}} = 330\text{ }^\circ \text{ (rendezés + számítás, 2 + 2 pont).}$$

Amennyiben a vizsgázó csak $t'' - t = 310\text{ }^\circ\text{C}$ -ot számolja ki, egy pontot kell levonni.

Összesen: 10 pont

25. Egy autógumis műhelyben a gépkocsik kerekére felszerelik a gumibroncsot, és felfújják.

a) Egyszer télen a gumis egy olyan kocsira szerel fel egy abroncsot, melynek gyártója a külső légnyomáshoz képest 200 000 Pa túlnyomást ír elő a kerékben. Hány pascal nyomásra kell felfújnia a kereket a +15 ° C-os műhelyben, hogy a –20 ° C-os úton a abroncsnyomás pontosan az előírt érték legyen?

b) Belső energiájának hányad részét veszíti el a kerékben lévő levegő, ha az autó a felfújt kerekével kigördül a +15 ° C-os műhelyből a –20 ° C-os útra? Hová lesz ez az energia?

c) Egy segéd mindig minden abroncsot pontosan 200 000 Pa túlnyomásra fúj fel. Nyáron 26 ° C van a műhelyben, télen csak 15 ° C. Melyik esetben lesz az abroncsban lévő levegő belső energiája nagyobb: ha hideg van a műhelyben, vagy ha meleg?

Az abroncsok térfogata minden esetben azonosnak tekinthető ($V = 25$ liter), a külső légnyomás mindig 10^5 Pa, a levegő energiája az $E = \frac{5}{2} \frac{m}{M} R \cdot T$ összefüggéssel közelíthető.

(2014. május id.)

Megoldás:

Adatok: $t_1 = 15$ °C = 288 K, $t_2 = -20$ °C = 253 K, $\Delta p = 200\,000$ Pa

a) A műhelyben szükséges abroncsnyomás felírása és kiszámítása:

4 pont
(bontható)

A kerékben elérni kívánt nyomás $p_2 = 300\,000$ Pa (1 pont),

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} \text{ (2 pont), amiből } p_1 = p_2 \frac{T_1}{T_2} = 341\,500 \text{ Pa (1 pont).}$$

b) A belső energia megváltozásának elemzése:

5 pont
(bontható)

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{T_2}{T_1} = \frac{253}{288} = 88\% \rightarrow \text{A belsőenergia-vesztés } \sim 12\% \text{-os.}$$

(képlet + számítás, 2 + 1 + 1 pont)

Ezt az energiát a levegő a környezetnek adja le. (1 pont)

c) Az abroncsba fújott levegőmennyiségnek és belső energiájának összehasonlítása hideg és meleg műhely esetén :

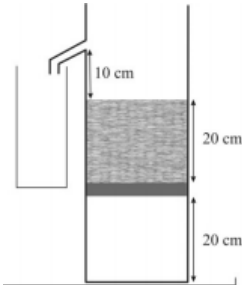
3 pont
(bontható)

$$E_{\text{belső}} = \frac{5}{2} \frac{m}{M} R \cdot T = \frac{5}{2} P \cdot V \text{ (1 pont)}$$

A belső energia azonos a két esetben, hiszen az abroncsban lévő levegő térfogata is, nyomása is azonos (2 pont).

Összesen: 12 pont

26. Egy hengerben súlytalan dugattyú $T = 300 \text{ K}$ hőmérsékletű, 20 cm magas héliumgáz oszlopot zár el. A dugattyún 20 cm magas higanyréteg van. A hengeren, a higany fölött 10 cm -rel egy nyílás található, melyen keresztül a higany egy edénybe folyhat ki, ha eléri a nyílás szintjét. A gázt lassan melegítjük, a hőmérséklete és a térfogata is lassan növekszik, míg a higany ki nem folyik a hengerből. A henger keresztmetszete 400 cm^2 .



- a) Mekkora a bezárt gáz nyomása kezdetben? Mekkora a bezárt gáz tömege?
 b) Mekkora a gáz hőmérséklete akkor, amikor a higanyoszlop teteje eléri a nyílást? Mennyi munkát végzett eddig a gáz?
 c) Mekkora a gáz hőmérséklete abban a pillanatban, amikor az utolsó csepp higany is kifolyt a hengerből?

$$\left(g = 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}, R = 8,3 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}, \text{ a higany sűrűsége } 13,6 \text{ g/cm}^3, \right.$$

a légköri nyomás $p_0 = 10^5 \text{ Pa}$, a hélium moláris tömege 4 g/mol .)

(2014. október)

Megoldás:

Adatok: $A = 400 \text{ cm}^2$, $T_1 = 300 \text{ K}$, $h_{\text{Hg}} = 20 \text{ cm}$, $h_1 = 20 \text{ cm}$, $h' = 30 \text{ cm}$, $g = 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$,

$$R = 8,31 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}, p_0 = 10^5 \text{ Pa}, \rho = 13,6 \text{ g/cm}^3, M = 4 \text{ g/mol}.$$

- a) A bezárt gáz kezdeti nyomásának felírása és kiszámítása:

3 pont
(bontható)

$$p_1 \cdot A = p_0 \cdot A + m_{\text{Hg}} \cdot g$$

$$p_1 = p_0 + \rho \cdot g \cdot h_{\text{Hg}} = 1,27 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \quad (\text{képlet + számítás: } 2 + 1 \text{ pont}).$$

Amennyiben a vizsgázó a külső légnyomással nem számol, erre a részre legfeljebb csak egy pont adható! Ha a vizsgázó $g = 10 \text{ m/s}^2$ értékkel számol, nem jár pontlevonás.

A bezárt gáz tömegének felírása és kiszámítása:

3 pont
(bontható)

$$p_1 \cdot V_1 = \frac{m}{M} R \cdot T_1 \Rightarrow \frac{p_1 \cdot h_1 \cdot A \cdot M}{R \cdot T_1} = 1,63 \text{ g} \quad (\text{képlet + rendezés + számítás: } 1 + 1 + 1 \text{ pont})$$

- b) A keresett hőmérséklet felírása és kiszámítása:

3 pont
(bontható)

Mivel $h_2 = 30 \text{ cm}$ (1 pont),

$$T_2 = \frac{V_2}{V_1} \cdot T_1 = \frac{h_2}{h_1} \cdot T_1 = 450 \text{ K} \quad (\text{képlet + számítás: } 1 + 1 \text{ pont})$$

A gáz által végzett munka felírása és kiszámítása:

1 + 1 pont

$$W = p_1(V_2 - V_1) = 508 \text{ J} \quad (\text{képlet + számítás: } 1 + 1 \text{ pont})$$

- c) A keresett hőmérséklet felírása és kiszámítása:

3 pont
(bontható)

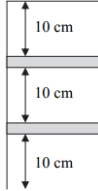
Mivel $p_3 = p_0 = 10 \frac{\text{N}}{\text{cm}^2}$ (1 pont),

$$\text{és } V_3 = h_3 \cdot A = 50 \text{ cm} \cdot 400 \text{ cm}^2 = 20000 \text{ cm}^3 \quad (1 \text{ pont}),$$

$$T_3 = \frac{p_1 \cdot V_1}{p_3 \cdot V_3} \cdot T_1 = 590 \text{ K} \quad (1 \text{ pont}).$$

Összesen: 14 pont

27. Egyik végén zárt, függőlegesen lefelé fordított hengerben két, $m = 0,6 \text{ kg}$ tömegű, $A = 10 \text{ cm}^2$ keresztmetszetű dugattyú mozoghat súrlódásmentesen az ábra szerint. A dugattyúk által elzárt térrészekben 0 °C -os héliumgáz van. A dugattyúk távolsága egymástól, illetve az edény tetejétől és aljától egyaránt 10 cm .



- a) Mennyi a felső, illetve az alsó elzárt térrészben lévő gáz tömege?
 b) A felső térrészben lévő gázt lassan melegíteni kezdjük. (A dugattyú jó hőszigetelő, az alsóban a gáz hőmérséklete változatlan.) Mennyi hőt kell a gázzal közölni, hogy az alsó dugattyú alsó pereme éppen elérje a henger alsó, nyitott végét?

(A külső légnyomás 10^5 Pa , $R = 8,31 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$, $g = 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.)

(2015. május)

Megoldás:

A adatok: $m = 0,6 \text{ kg}$, $A = 10 \text{ cm}^2$, $T = 273 \text{ K}$, $p_0 = 10^5 \text{ Pa}$, $M = 4 \text{ g/mol}$, $R = 8,31 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$,
 $g = 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

- a) Az alsó, illetve felső elzárt térrészben lévő héliumgáz nyomásának kiszámítása:

4 pont
(bontható)

$$p_a = p_0 - \frac{m \cdot g}{A} = 9,41 \frac{\text{N}}{\text{cm}^2} \text{ (képlet + számítás, 1 + 1 pont)}$$

$$p_f = p_a - \frac{m \cdot g}{A} = p_0 - \frac{2 \cdot m \cdot g}{A} = 8,82 \frac{\text{N}}{\text{cm}^2} \text{ (képlet + számítás, 1 + 1 pont)}$$

- Az alsó, illetve felső elzárt térrészben lévő héliumgáz tömegének kiszámítása:

3 pont
(bontható)

$$m = \frac{M \cdot p \cdot V}{R \cdot T} \text{ (1 pont), amiből } m_a = 16,6 \cdot 10^{-3} \text{ g (1 pont) és } m_f = 15,6 \cdot 10^{-3} \text{ g (1 pont)}$$

- b) A felső térrészben elzárt gáz energiaváltozásának meghatározása:

3 pont
(bontható)

A folyamat jellegének felismerése (1 pont).

$$\Delta E = \frac{3}{2} p_f \cdot \Delta V = 13,2 \text{ J (képlet + számítás, 1 + 1 pont)}$$

A gáz által végzett munkának, illetve a hőközlésnek kiszámítása:

1 + 1 pont

Mivel a gáz kitágul, a gáz végez munkát, a környezet munkája tehát:

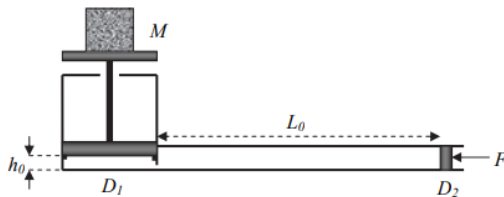
$$W = -p_f \cdot \Delta V = -8,8 \text{ J (1 pont), így}$$

$$Q = \Delta E - W = 22 \text{ J (1 pont)}$$

(A feladat rész megoldása fajhők használatával is teljes értékű.)

Összesen: 12 pont

28. A mellékelt ábrán látható emelőgép két munkahengerből áll, amelyek egy kicsiny nyílással vannak összekötve. A $D_1 = 25$ cm átmérőjű munkahengerben lévő dugattyú emeli meg a tálcán lévő $M = 500$ kg tömegű terhet. A kezelő a $D_2 = 8$ cm átmérőjű munkahengerben lévő dugattyút tolja lassan befelé. A dugattyú kezdeti magassága az első munkahengerben $h_0 = 1$ cm, kicsiny ütközők biztosítják, hogy ne süllyedjen lejjebb. A dugattyú kezdeti távolsága a második munkahengerben a két hengert összekötő nyílástól $L_0 = 100$ cm. A hengerekben lévő gáz nyomása kezdetben $p_0 = 10$ N/cm², hőmérséklete a folyamat során végig állandónak tekinthető. (A munkahengerek dugattyúinak, valamint a tálcának és az azokat összekötő rudaknak a súlya elhanyagolható, $g = 9,8$ m/s², a külső légköri nyomás $p_k = 10$ N/cm².)



- a) Milyen távol van a D_2 munkahengerben a dugattyú a hengereket összekötő nyílástól, amikor elkezd emelkedni a teher? Mekkora erővel kell ekkor nyomni a dugattyút?
- b) Mennyit emelkedik a teher, mire a D_2 hengerben lévő dugattyú eléri a két munkahengert összekötő nyílást?
- c) Mennyi munkát végez az emelőbe bezárt gáz a D_1 munkahenger dugattyúján attól kezdve, hogy elkezd emelkedni a teher, a folyamat végéig? Mennyit változik ekközben a teher helyzeti energiája? Van-e különbség a két mennyiség (a végzett munka és a helyzeti energia változása) között, és ha igen, mi az oka?
- (2015. május id.)

Megoldás:

Adatok: $D_1 = 25$ cm, $D_2 = 8$ cm, $L_0 = 100$ cm, $h_0 = 1$ cm, $M = 500$ kg, $p_0 = 10$ N/cm²,
 $g = 9,8$ m/s², $p_k = 10$ N/cm².

a) A teher megemelésehez szükséges nyomás felírása és kiszámítása: **2 pont**

Mivel a D_1 henger dugattyújának felülete $A_{D_1} = 491$ cm²,

$$p_1 = p_k + \frac{M \cdot g}{A_{D_1}} = 20 \frac{\text{N}}{\text{cm}^2}, \quad (\text{felírás + számítás: } 1 + 1 \text{ pont}).$$

A Boyle-Mariotte-törvény felírása és a gáz térfogatának kiszámítása abban a pillanatban, amikor megemelkedik a teher: **2 pont**

$$V_1 = V_0 \cdot \frac{p_0}{p_1} = (V_{D_1} + V_{D_2}) \cdot \frac{p_0}{p_1} = 5521 \cdot \frac{1}{2} \text{ cm}^3 = 2760,5 \text{ cm}^3 \quad (\text{felírás + számítás: } 1 + 1 \text{ pont}).$$

A keresett távolság megadása: **1 pont**

$$L_1 = \frac{V_1 - V_{D_1}}{A_{D_2}} = \frac{2269,5 \text{ cm}^3}{50,3 \text{ cm}^2} = 45,1 \text{ cm}$$

A D_2 henger dugattyújára kifejtett erő megadása: **1 pont**

$$F = (p_1 - p_k) \cdot A_{D_2} = 503 \text{ N}$$

b) Annak felismerése, hogy attól a pillanattól kezdve, amikor a teher emelkedni kezd, a bezárt gáz nyomása és térfogata nem változik: **1 pont**

(Amennyiben a vizsgázó nem írja le ezt a felismerést, de később egyértelműen ennek megfelelően számol, a pont megadandó.)

A teher emelkedésének megadása: **1 pont**

$$h_1 = \frac{V_1}{A_{D_1}} = 5,62 \text{ cm} \Rightarrow \Delta h = 4,62 \text{ cm}$$

c) A gáz D_1 dugattyúján végzett munkájának kiszámítása: **1 pont**

$$W = p_1 \cdot A_{D_1} \cdot \Delta h = 454 \text{ J}$$

A teher helyzetienergia-változásának kiszámítása: **1 pont**

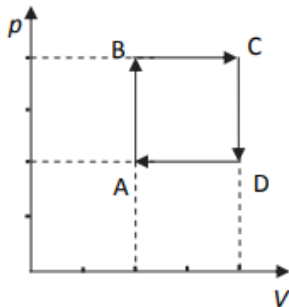
$$\Delta E = M \cdot g \cdot \Delta h = 226 \text{ J}$$

A két mennyiség különbségességének értelmezése: **1 pont**

A bezárt gáznak nemcsak a terhet kell megemelnie, hanem a külső légnyomás által a dugattyúra kifejtett erő ellen is munkát kell végeznie.

Összesen: 11 pont

29. Egy mólnyi mennyiségű egyatomos ideális gázzal hőerőgépet készítünk. A gázzal a mellékelt p-V diagramon ábrázolt ABCD körfolyamatot hajtjuk végre. Tudjuk, hogy $T_A = 300 \text{ K}$, $p_A = 2 \cdot 10^5 \text{ Pa}$, $T_C = 1200 \text{ K}$, $p_C = 4 \cdot 10^5 \text{ Pa}$.



- Mekkora V_A és V_C ?
 - Mekkora T_B és T_D ?
 - Mekkora a gáz által végzett összes munka a körfolyamat során?
 - Mekkora a gép hatásfoka?
- (2015. október)

Megoldás:

Adatok: $T_A = 300 \text{ K}$, $p_A = 2 \cdot 10^5 \text{ Pa}$, $T_C = 1200 \text{ K}$, $p_C = 4 \cdot 10^5 \text{ Pa}$, $R = 8,31 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$.

- a) *A keresett térfogatok meghatározása:*

1 + 1 pont

Mivel mólnyi mennyiségű gázzal van szó, $p \cdot V = R \cdot T$, amiből

$$V_A = \frac{R \cdot T_A}{p_A} = 1,25 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3, \text{ illetve } V_C = \frac{R \cdot T_C}{p_C} = 2,5 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3$$

(képlet + számítás)

- b) *A keresett hőmérsékletek meghatározása:*

1 + 1 pont

$$\text{Mivel } V_B = V_A \text{ és } p_B = p_C \Rightarrow T_B = \frac{V_A \cdot p_C}{R} = 600 \text{ K},$$

$$\text{ugyanígy } V_D = V_C \text{ és } p_D = p_A \Rightarrow T_D = \frac{V_C \cdot p_A}{R} = 600 \text{ K}.$$

- c) *A gáz által végzett összes munka meghatározása:*

**3 pont
(bontható)**

Munkavégzés csak a DA, illetve a BC szakaszokon volt, így:

$$W_{DA} = p_D \cdot (V_A - V_D) = -2500 \text{ J (1 pont)}, \text{ illetve } W_{BC} = p_B \cdot (V_C - V_B) = 5000 \text{ J (1 pont)},$$

tehát $W_{\text{össz}} = 2500 \text{ J (1 pont)}$.

- d) *A gép hatásfokának meghatározása:*

**6 pont
(bontható)**

A gázzal az AB, illetve a BC szakaszokon közöltünk hőt.

$$\text{A gázzal az AB szakaszon közölt hő: } Q_{AB} = E_B - E_A = \frac{3}{2} R \cdot (T_B - T_A) = 3740 \text{ J}$$

(képlet + számítás, 1 + 1 pont).

$$\text{A gázzal BC szakaszon közölt hő: } Q_{BC} = E_C - E_B + W_{BC} = \frac{3}{2} R \cdot (T_C - T_B) + W_{BC} = 12480 \text{ J}$$

(képlet + számítás, 1 + 1 pont).

$$\eta = \frac{W_{\text{össz}}}{Q_{AB} + Q_{BC}} = \frac{2500 \text{ J}}{16220 \text{ J}} = 0,154, \text{ azaz a hatásfok } 15,4\% \text{ (képlet + számítás, 1 + 1 pont)}.$$

Összesen: 13 pont

30. Egy 10 liter térfogatú tartályt száraz levegő tölt ki. A hőmérséklet $10\text{ }^\circ\text{C}$, a nyomás 10^5 Pa . A tartályba egy kis vizet fecskendezünk, majd a berendezést felmelegítjük $293\text{ }^\circ\text{C}$ hőmérsékletre, és azt tapasztaljuk, hogy folyékony víz már nincs a tartályban, és a nyomás $2,5 \cdot 10^5\text{ Pa}$ -ra emelkedik. Hány cm^3 vizet fecskendeztünk a tartályba? (A telítetlen gőzt jó közelítéssel ideális gáznak tekinthetjük.)

A víz moláris tömege: $M_{\text{viz}} = 18\text{ g/mol}$, sűrűsége: $\rho = 1\text{ g/cm}^3$,
 az egyetemes gázállandó: $R = 8,31 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$.

(2016. május)

Megoldás:

Adatok: $V = 10\text{ dm}^3$, $p_1 = 10^5\text{ Pa}$, $t_1 = 10\text{ }^\circ\text{C}$, $t_2 = 293\text{ }^\circ\text{C}$, $p_2 = 2,5 \cdot 10^5\text{ Pa}$, $M_{\text{viz}} = 18\text{ g/mol}$,
 $\rho = 1\text{ g/cm}^3$.

Egy lehetséges megoldás:

A tartályban lévő vízgőz nyomásának meghatározása a magasabb hőmérsékleten:

6 pont
(bontható)

A tartályban lévő levegő nyomása a magasabb hőmérsékleten a Gay-Lussac-törvény segítségével:

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2'}{T_2} \rightarrow p_2' = p_1 \frac{T_2}{T_1} = 10^5 \text{ Pa} \cdot \frac{566\text{ K}}{283\text{ K}} = 2 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

(Képlet + rendezés + Kelvinben mért hőmérsékletek meghatározása + számítás,
 1 + 1 + 1 + 1 pont.)

A tartályban lévő vízgőz nyomása így $p_{\text{vígöz}} = p_2 - p_2' = 0,5 \cdot 10^5\text{ Pa}$
 (Képlet + számítás, 1 + 1 pont.)

Az állapotegyenlet felírása a vízgőz tömegének meghatározására, valamint a befecskendezett víz térfogatának kiszámítása:

5 pont
(bontható)

$$p_{\text{vígöz}} \cdot V = \frac{m}{M_{\text{viz}}} \cdot R \cdot T \quad (1\text{ pont}), \text{ amiből}$$

$$m = \frac{p_{\text{vígöz}} \cdot V \cdot M_{\text{viz}}}{R \cdot T} = 1,9\text{ g} \quad (\text{Rendezés + számítás, } 1 + 1\text{ pont.}) \quad \text{így:}$$

$$V_{\text{viz}} = \frac{m}{\rho} = 1,9\text{ cm}^3 \quad (\text{Képlet + számítás, } 1 + 1\text{ pont.})$$

Összesen 11 pont.

31. Egy hőszigetelt tartályt egy könnyen mozgó, hőszigetelő dugattyú oszt két részre. A hőmérséklet kezdetben mindkét térrészben $20\text{ }^\circ\text{C}$. A bal oldali tárolóban $0,63\text{ g}$ oxigéngáz van, térfogata kezdetben $0,5\text{ liter}$, a jobb oldali részben hélium található, amelynek kezdeti térfogata szintén $0,5\text{ liter}$.

a) Határozza meg az oxigén nyomását!

b) Határozza meg a hélium tömegét!

c) Mennyi lesz a két térrész térfogatának aránya, ha a héliumot $120\text{ }^\circ\text{C}$ -ra melegítjük, miközben az oxigén hőmérsékletét változatlanul hagyjuk?

($R = 8,31 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$, az oxigén moláris tömege $M_{\text{O}_2} = 32\text{ g/mol}$, a héliumé $M_{\text{He}} = 4\text{ g/mol}$.)

(2016. október)

Megoldás:

Adatok: $V_0 = 0,5\text{ l}$, $t_0 = 20\text{ }^\circ\text{C}$, $t_1 = 120\text{ }^\circ\text{C}$, $m_{\text{O}_2} = 0,63\text{ g}$, $M_{\text{O}_2} = 32\text{ g/mol}$, $M_{\text{He}} = 4\text{ g/mol}$,

$$R = 8,31 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}.$$

a) Az oxigén nyomásának meghatározása:

3 pont
(bontható)

$$p_0 \cdot V_0 = \frac{m_{\text{O}_2}}{M_{\text{O}_2}} \cdot R \cdot T \rightarrow p_0 = \frac{m_{\text{O}_2}}{M_{\text{O}_2}} \cdot \frac{R \cdot T}{V_0} = 9,6 \cdot 10^4 \text{ Pa}$$

(képlet + rendezés + számítás, 1 + 1 + 1 pont).

b) A hélium tömegének meghatározása:

3 pont
(bontható)

$$p_{\text{He}} = p_{\text{O}_2} = p_0 \text{ (1 pont)} \rightarrow m_{\text{He}} = \frac{p_0 \cdot V_0 \cdot M_{\text{He}}}{R \cdot T} = 0,079 \text{ g}$$

(képlet + számítás, 1 + 1 pont).

c) A Boyle-Mariotte-törvény, illetve az egyesített gáztörvény felírása a két gáz állapotváltozására, valamint a melegítés utáni nyomás meghatározása:

5 pont
(bontható)

$$\text{Oxigén: } p_0 \cdot V_0 = p_1 \cdot (V_0 - \Delta V) \text{ (1 pont)}$$

$$\text{Hélium: } p_0 \cdot V_0 \cdot \frac{T_1}{T_0} = p_1 \cdot (V_0 + \Delta V) \text{ (1 pont)}$$

$$\text{Ezeket összeadva: } p_0 \cdot V_0 \cdot \left(\frac{T_1}{T_0} + 1\right) = 2 \cdot p_1 \cdot V_0 \text{ (1 pont)}$$

$$\text{Ebből: } p_1 = \frac{p_0}{2} \cdot \left(\frac{T_1}{T_0} + 1\right) \rightarrow p_1 = 1,12 \cdot 10^5 \text{ Pa (rendezés + számítás, 1 + 1 pont).}$$

A térfogatok arányának meghatározása:

2 pont
(bontható)

Az oxigén térfogata a melegítés után:

$$V_{\text{O}_2} = \frac{p_0}{p_1} \cdot V_0 = 0,43 \text{ l (1 pont), amiből } \frac{V_{\text{He}}}{V_{\text{O}_2}} = 1,33 \text{ (1 pont).}$$

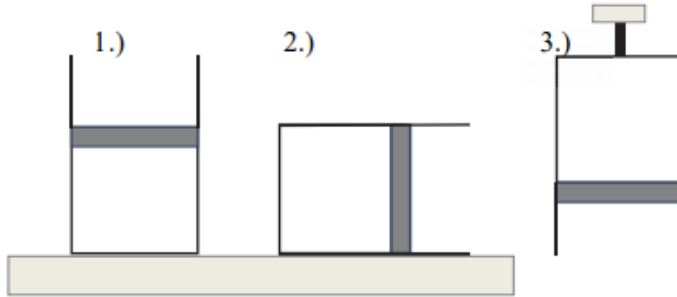
(A feladat rövidebben is megoldható, ilyenkor a kihagyott részlelések pontszáma összevonandó.)

Összesen: 13 pont

32. Egy edényben ideális gáz van, melyet súlyos dugattyú zár el. A dugattyú keresztmetszete $A = 10 \text{ cm}^2$. Az edény kezdetben az 1.) ábrán látható módon áll az asztalon. Ha az edényt a 2.) ábrának megfelelően oldalára fordítjuk, a dugattyú 1 cm-t mozdul kifelé, ha pedig a 3.) ábrán látható módon szájával lefelé fordítjuk, további 1,2 cm elmozdulása lesz, szintén kifelé.

a) Mekkora a dugattyú súlya?

b) Mekkora a bezárt gáz kezdeti térfogata? (A gáz hőmérséklete mindvégig állandónak tekinthető, a külső légnyomás 10^5 Pa .)



(2017. május)

Megoldás:

Adatok: $A = 10 \text{ cm}^2$, $x_1 = 1 \text{ cm}$, $x_2 = 1,2 \text{ cm}$, $p_0 = 10^5 \text{ Pa}$.

a) A Boyle–Mariotte-törvény felírása a gáz állapotváltozásaira:

6 pont
(bontható)

A dugattyú súlyából származó nyomást p_D -vel jelölve az 1. és 2. állapotok közti változásra a Boyle–Mariotte-törvény:

$$(p_0 + p_D) \cdot V_1 = p_0 \cdot (V_1 + x_1 \cdot A), \text{ amiből: } 1) p_D \cdot V_1 = p_0 \cdot x_1 \cdot A \text{ (3 pont).}$$

A 2. és 3. állapotok közti változásra a Boyle–Mariotte-törvény:

$$p_0 \cdot (V_1 + x_1 \cdot A) = (p_0 - p_D) \cdot (V_1 + (x_1 + x_2) \cdot A),$$

$$\text{amiből: } 2) p_0 \cdot x_1 \cdot A = -p_D \cdot V_1 + (p_0 - p_D) \cdot (x_1 + x_2) \cdot A \text{ (3 pont).}$$

A dugattyú súlyának meghatározása:

3 pont
(bontható)

Az 1) és 2) egyenleteket összeadva:

$$2 \cdot p_0 \cdot x_1 \cdot A = p_0 \cdot (x_1 + x_2) \cdot A - p_D \cdot (x_1 + x_2) \cdot A, \text{ amiből:}$$

$$p_D = p_0 \cdot \frac{x_2 - x_1}{x_2 + x_1} = 9,1 \cdot 10^3 \text{ Pa (rendezés + számítás, 1 + 1 pont).}$$

$$G_D = p_D \cdot A = 9,1 \text{ N (1 pont)}$$

b) A kezdeti térfogat meghatározása:

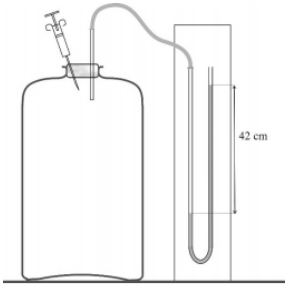
4 pont
(bontható)

Az első állapotváltozásra felírt Boyle–Mariotte-törvényből:

$$V_1 = \frac{p_0 \cdot x_1 \cdot A}{p_D} = 110 \text{ cm}^3 \text{ (képlet + számítás 2 + 2 pont).}$$

Összesen: 13 pont

33. Az ábrán látható, 5 liter térfogatú, nagy hőkapacitású, 27 °C hőmérsékletű üvegtartályhoz vékony cső egyik vége csatlakozik, melynek másik vége nyitott. A cső deszkára erősített U-alakú részében víz van, melynek szintje kezdetben egyforma az U két szárában. A tartályba fecskendővel egy kevés folyékony étert fecskendezünk be. Az éter gyors párolgása miatt az üvegcsőben a vízszint megváltozik, és néhány másodperc után egyensúlyba áll. A cső nyitott szárában a folyadékszint ekkor 42 cm-rel van a zárt oldali szint felett. Határozza meg az üvegtartályba fecskendezett folyékony éter térfogatát!



(A hőmérséklet végig állandónak tekinthető, a vékony cső térfogata elhanyagolható!)

$$M_{\text{éter}} = 74 \text{ g/mol}, \rho_{\text{éter}} = 713 \text{ kg/m}^3, \rho_{\text{víz}} = 1000 \text{ kg/m}^3, R = 8,31 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}, g = 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

(2017. október)

Megoldás:

Adatok: $V = 5 \text{ l}$, $t = 27 \text{ }^\circ\text{C}$, $h = 42 \text{ cm}$, $M_{\text{éter}} = 74 \text{ g/mol}$, $\rho_{\text{éter}} = 713 \text{ kg/m}^3$, $\rho_{\text{víz}} = 1000 \text{ kg/m}^3$,

$$R = 8,31 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}, g = 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

A palackban létrejövő nyomásnövekedés meghatározása:

3 pont
(bontható)

$$\Delta p = \rho_{\text{víz}} \cdot g \cdot h = 4116 \text{ Pa} \text{ (képlet + számítás, 2 + 1 pont).}$$

Annak felismerése, hogy a palackban létrejövő nyomásnövekedés egyenlő a gáznemű éter parciális nyomásával:

2 pont

A felismerést nem szükséges leírni, amennyiben a vizsgázó ennek megfelelően számol, a teljes pontszám jár.

Az állapotegyenlet felírása a palackban lévő gáznemű éterre:

2 pont

$$V \cdot \Delta p = \frac{m}{M} R \cdot T$$

A pont akkor jár, ha egyértelmű, hogy a vizsgázó a palackba fecskendezett éter tömegét, illetve a nyomásnövekményt használja az állapotegyenletben.

A palackba fecskendezett éter tömegének meghatározása:

3 pont
(bontható)

$$m = 0,61 \text{ g} \text{ (behelyettesítés a fenti képletbe + számítás, 1 + 2 pont).}$$

A palackba fecskendezett éter térfogatának meghatározása:

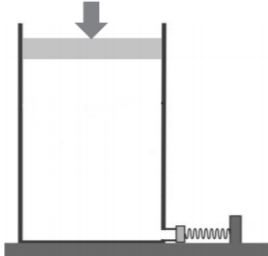
2 pont
(bontható)

$$V_{\text{éter}} = \frac{m}{\rho_{\text{éter}}} = 0,86 \text{ cm}^3 \text{ (képlet + számítás, 1 + 1 pont).}$$

Összesen: 12 pont

34. Egy jó hővezető falú tartályt felülről 2 dm^2 alapterületű súlytalan dugattyú zár le. A dugattyú alja 50 cm magasan helyezkedik el a tartályban. A tartály belsejében a külső légnyomással megegyező 10^5 Pa nyomású levegő van. A tartály aljában egy kis méretű, 1 cm^2 keresztmetszetű elzáró szelep található. A szelepet egy 15 centiméterrel összenyomott, 20 N/m rugóállandójú rugó tartja a helyén.

Hány centiméterrel kell a dugattyút lassan benyomni, hogy a szelep kinyíljon?



(2018. május)

Megoldás: (10 pont)

Adatok: ($A_1 = 2 \text{ dm}^2$), $h = 50 \text{ cm}$, $A_2 = 1 \text{ cm}^2$, $D = 20 \text{ N/m}$, $\Delta l = 15 \text{ cm}$, $p_{\text{levegő}} = 10^5 \text{ Pa}$.

Annak felismerése, hogy a szelep akkor nyílik ki, ha az összenyomott levegő többletnyomásából származó erő meghaladja a rugóerőt:

2 pont
(bontható)

$$F = p_{\text{max}} \cdot A_1$$

A rugóerő kiszámítása:

2 pont
(bontható)

$$F_{\text{rugó}} = D \cdot \Delta l = 20 \frac{\text{N}}{\text{m}} \cdot 0,15 \text{ m} = 3 \text{ N} \quad (\text{képlet + számítás: } 1 + 1 \text{ pont})$$

A szelep kioldásához szükséges többletnyomás meghatározása:

2 pont
(bontható)

$$\Delta p = \frac{F_{\text{rugó}}}{A_2} = \frac{3 \text{ N}}{1 \text{ cm}^2} = 3 \cdot 10^4 \text{ Pa} \quad (\text{képlet + számítás: } 1 + 1 \text{ pont})$$

A dugattyú helyzetének meghatározása a Boyle-Mariotte törvény alapján:

3 pont
(bontható)

$$p_1 \cdot V_1 = p_2 \cdot V_2 \rightarrow p_1 \cdot h_1 = p_2 \cdot h_2 \quad (1 \text{ pont})$$

$$p_2 = p_1 + \Delta p = 1,3 \cdot 10^5 \text{ Pa} \quad (1 \text{ pont})$$

$$h_2 = \frac{p_1 \cdot h_1}{p_2} = 38,5 \text{ cm} \quad (1 \text{ pont})$$

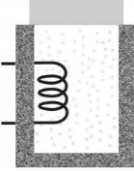
A dugattyú elmozdulásának meghatározása:

1 pont

$$\Delta h = h_1 - h_2 = 11,5 \text{ cm}$$

Összesen: 10 pont

35. A mellékelt ábrán látható 10 liter térfogatú tartály tetején lévő 100 cm² felületű nyílásra egy 10 kg tömegű fedőt helyezünk. Ezzel légmentesen bezárjuk a tartályba az éppen benne lévő levegőt. Ezután működtetni kezdjük a tartályba épített 6 W teljesítményű fűtőszálat, és azt tapasztaljuk, hogy a levegő három perc elteltével emeli meg a fedőt. A külső légnyomás 10⁵ Pa, a külső hőmérséklet 20 °C, a tartály és a fedő nem jó hőszigetelő, a folyamat során hőveszteség lép fel.



- a) Mekkora a bezárt levegő hőmérséklete, amikor a fedő éppen megemelkedik?
 b) Mekkora a levegő melegítéséhez szükséges hő?
 c) A fűtőszál által leadott hő hány százaléka növelte a levegő hőmérsékletét?

A levegő sűrűsége $\rho = 1,29 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$, állandó térfogaton vett fajhője $c_v = 712 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$, $g = 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

(2018. május II.)

Megoldás: (13 pont)

Adatok: $m = 10 \text{ kg}$, $p_0 = 10^5 \text{ Pa}$, $t = 20 \text{ }^\circ\text{C}$, $V = 10 \text{ l}$, $A = 100 \text{ cm}^2$, $P = 6 \text{ W}$, $\Delta t = 3 \text{ perc}$,

$\rho = 1,29 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$, $c_v = 712 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$, $g = 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

- a) *A bezárt levegő nyomásának meghatározása, amikor megemeli a fedőt:*

3 pont
(bontható)

$$p_1 = p_0 + \frac{m \cdot g}{A} = 10,98 \frac{\text{N}}{\text{cm}^2} = 11 \frac{\text{N}}{\text{cm}^2}$$

(képlet + behelyettesítés + számítás, 1 + 1 + 1 pont).

A fedő megemeléséhez szükséges levegő-hőmérséklet meghatározása:

3 pont
(bontható)

$$\frac{p_0}{T_0} = \frac{p_1}{T_1} \Rightarrow T_1 = T_0 \cdot \frac{p_1}{p_0} = 322 \text{ K}$$

(képlet + rendezés + számítás, 1 + 1 + 1 pont).

- b) *A melegítéshez szükséges hőmennyiség meghatározása:*

3 pont
(bontható)

$$Q = \rho \cdot V \cdot c_v \cdot (T_1 - T_0) = 266 \text{ J}$$

(képlet + behelyettesítés + számítás, 1 + 1 + 1 pont).

- c) *A melegítés hatásfokának meghatározása:*

4 pont
(bontható)

A fűtőszál által leadott hő:

$$Q' = P \cdot \Delta t = 1080 \text{ J} \text{ (képlet + számítás, 1 + 1 pont),}$$

ebből következően a keresett hatásfok:

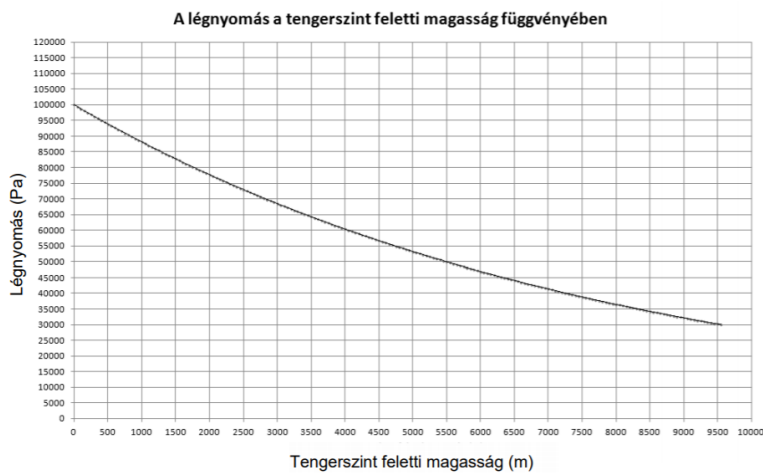
$$\eta = \frac{Q}{Q'} = 0,246 = 25\% \text{ (képlet + számítás, 1 + 1 pont).}$$

Összesen: 13 pont

36. A levegő nyomása a felszín feletti magasság függvényében csökken, így a légnyomás értéke hozzávetőlegesen 5500 méterenként feleződik meg. A mellékelt grafikon mutatja a légnyomást a magasság függvényében, 100 000 Pa tengerszinten mért nyomást feltételezve.

a) Mekkora a levegő sűrűsége a tengerszinten, 30 °C hőmérsékleten, 100 000 Pa nyomáson?

b) Egy levegővel teli nejlonzacskót lezárunk a Mount Everesten (8850 m magasan), majd magunkkal visszük az 5500 m magasan lévő alaptáborba. Hányad részére csökken a bezárt levegő térfogata, ha a csúcson –30 °C, az alaptáborban 0 °C hőmérséklet uralkodott? (A levegő moláris tömege $M = 29$ g/mol, $R = 8,31$ J/mol · K .)



(2018. október)

Megoldás: (12 pont)

Adatok: $t_1 = 30$ °C, $p_1 = 10^5$ Pa, $t_2 = -30$ °C, $h_1 = 0$ m, $h_2 = 8850$ m, $M = 29$ g/mol,
 $R = 8,31 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$.

a) Az állapotegyenlet felírása a sűrűség meghatározására:

4 pont
(bontható)

$$p \cdot V = \frac{m}{M} R \cdot T \quad (2 \text{ pont}), \text{ amiből } \rho = \frac{m}{V} = \frac{p \cdot M}{R \cdot T} \quad (2 \text{ pont}).$$

A levegő sűrűségének meghatározása a tengerszinten:

3 pont
(bontható)

Mivel $T_1 = 303$ K (1 pont), ezért

$$\rho = 1,15 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \text{ adódik (behelyettesítés + számítás, 1 + 1 pont).}$$

b) A levegő nyomásának közelítő leolvasása az Everest csúcsának magasságában a grafikon segítségével:

1 pont

$$p_2 = 33 \text{ kPa}$$

A levegő alaptábori térfogatcsökkenésének meghatározása:

4 pont
(bontható)

A hőmérséklet a csúcson $T_2 = 243$ K. A nyomás az alaptáborban $p_1 = 50$ kPa, a hőmérséklet $T_1 = 273$ K.

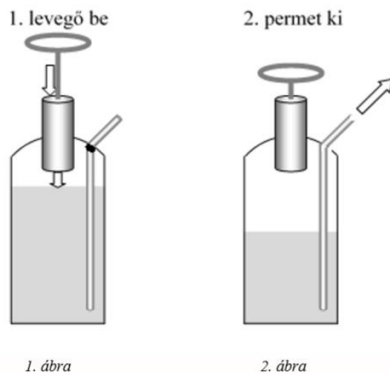
A térfogatok arányát az egyesített gáztörvényből lehet megadni (1 pont):

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2} \cdot \frac{p_2}{p_1} = 0,74 \text{ (összefüggés + behelyettesítés + számítás, 1 + 1 + 1 pont).}$$

(A leolvasás bizonytalanságából származó érték behelyettesítése miatt a kapott eredmény eltérhet.)

Összesen: 12 pont

37. Egy kerti permetezőszerkezet tartályának térfogata 5 liter. A permetező úgy működik, hogy a víz (és kicsiny mennyiségű vegyszer) behelyezését követően először a tartály tetején lévő kézi pumpával levegőt pumpálunk a tartályba, a víz fölé (1. ábra). Ezután egy szelep nyitását követően a megnövekedett nyomású levegő kinyomja a folyadékot a permetező csövén keresztül (2. ábra). A pumpával a palack belső nyomását maximálisan $2,5 \cdot 10^5$ Pa-ig növelhetjük, és a készülék addig permetez megfelelően, amíg a belső nyomás $1,25 \cdot 10^5$ Pa-ra nem csökken. Ekkor a permetezést megszakítva ismét levegőt kell pumpálni a tartályba. A munka kezdetekor 4 liter folyadék volt a tartályban.



- a) Mennyi folyadék lesz a tartályban, amikor az első pumpálást követően a nyomás $1,25 \cdot 10^5$ Pa-ra csökken?
- b) Hányszor kell a tartályt felfújnunk, amíg permetezni tudunk a készülékkel?
- c) Hányszor annyi levegőt kell a tartályba pumpálni a maximális nyomás eléréséhez a második pumpálásnál, mint az elsőnél?
- (A hőmérséklet mindvégig állandónak tekinthető, a tartályt minden pumpálásakor a maximális nyomásra fújjuk fel. A külső légnyomás $p_0 = 10^5$ Pa.)
- (2019. május)

Megoldás:

Adatok: $V_{\text{tartály}} = 5 \text{ l}$, $V_{\text{folyadék}} = 4 \text{ l}$, $p_0 = 10^5 \text{ Pa}$, $p_{\text{min}} = 1,25 \cdot 10^5 \text{ Pa}$, $p_{\text{max}} = 2,5 \cdot 10^5 \text{ Pa}$

- a) *Annak felismerése, hogy a folyadék felett bezárt gáz állapotváltozására minden ciklusban a Boyle–Mariotte-törvényt alkalmazhatjuk:*

2 pont

Annak felismerése, hogy minden peremtezési ciklusban p_{max} -ról p_{min} -re változik a gáz nyomása:

1 pont

Ezeket a felismeréseket szövegesen vagy képlettel is ki lehet fejezni, pl. a tömör

$$V_2 = \frac{p_{\text{max}}}{p_{\text{min}}} \cdot V_1 \text{ képlet teljes pontszámot ér.}$$

A tartályban lévő folyadék mennyiségének meghatározása az első ciklus végén:

2 pont
(bontható)

A fenti képletbe helyettesítve $V_2 = 2 \text{ l}$ (1 pont),
azaz a folyadék térfogata: $V_1 = V_{\text{tartály}} - V_2 = 3 \text{ l}$ (1 pont).

- b) *A szükséges pumpálások számának meghatározása:*

3 pont
(bontható)

A fenti összefüggés ismételt alkalmazásával a második ciklus után a gáz térfogata $V_3 = 4 \text{ l}$ (1 pont), a harmadik után pedig $V_4 = 8 \text{ l}$ adódna (1 pont), de ez már nagyobb, mint a tartály térfogata, azaz a harmadik felfújás után kifogy a tartályból a folyadék. Tehát háromszor kell felfújni a tartályt (1 pont).

- c) *Az általános gáztörvény felírása a bepumpált levegő mennyiségének meghatározására:*

2 pont
(bontható)

$$\Delta p \cdot V = \frac{\Delta m}{M} \cdot R \cdot T, \text{ amiből } \Delta m = \Delta p \cdot V \frac{M}{R \cdot T}.$$

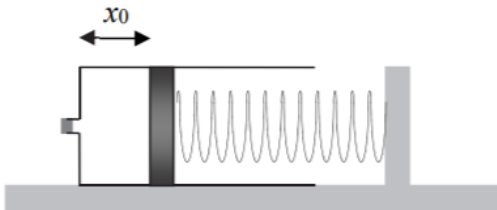
A keresett arány meghatározása:

3 pont
(bontható)

$$\frac{\Delta m_2}{\Delta m_1} = \frac{\Delta p_2 \cdot V_2}{\Delta p_1 \cdot V_1} = \frac{1,25 \cdot 10^5 \text{ Pa} \cdot 2 \text{ l}}{1,5 \cdot 10^5 \text{ Pa} \cdot 1 \text{ l}} = \frac{5}{3}. \text{ (Az arány felírása 1 pont, a megfelelő adatok behelyettesítése 1 pont, számítás 1 pont.)}$$

Összesen: 13 pont

38. A mellékelt ábrán látható, könnyen mozgó, jó hővezető dugattyúval elzárt, szintén jó hővezető henger erősen az asztalhoz van rögzítve, s benne légüres tér van. A dugattyúhoz $D = 50 \text{ N/cm}$ rugóállandójú rugó csatlakozik, melynek másik vége szintén erősen az asztalhoz van rögzítve. A dugattyú kezdeti távolsága a henger végétől $x_0 = 5 \text{ cm}$, felülete $A = 0,2 \text{ dm}^2$. A henger végén lévő kicsiny szelepet óvatosan kinyitjuk. Mennyi a hengerben levő levegő tömege, miután a dugattyú ismét megáll?



A levegő moláris súlya $M = 29 \text{ g/mol}$, a légköri nyomás $p_0 = 10 \text{ N/cm}^2$, a külső hőmérséklet $20 \text{ }^\circ\text{C}$, $R = 8,31 \text{ J/(mol}\cdot\text{K)}$.
(2019. október)

Megoldás: (12 pont)

Adatok: $D = 50 \text{ N/cm}$, $x_0 = 5 \text{ cm}$, $A = 0,2 \text{ dm}^2$, $M = 29 \text{ g/mol}$, $p_0 = 10 \text{ N/cm}^2$, $t = 20 \text{ }^\circ\text{C}$,
 $R = 8,31 \text{ J/mol}\cdot\text{K}$.

Annak felismerése, hogy a szelep kinyitása előtt a rugó nyújtva van, a folyamat végén pedig nyújtatlan:

2 pont

A pont jár, ha a vizsgázó ezt leírja, vagy ha a felismerés a megoldás menetéből egyértelműen kiderül.

A rugó kezdeti megnyúlásának kiszámítása:

**4 pont
(bontható)**

$$p_0 = \frac{F_{\text{rugó}}}{A} = \frac{D \cdot \Delta l_0}{A} \Rightarrow \Delta l_0 = \frac{p_0 \cdot A}{D} = \frac{10 \cdot 20}{50} = 4 \text{ cm}$$

(képlet + rendezés + számítás, 2 + 1 + 1 pont)

A folyamat végén a hengerben lévő gáz térfogatának meghatározása:

**2 pont
(bontható)**

$$V = A \cdot (x_0 + \Delta l_0) = 20 \cdot 9 = 180 \text{ cm}^3 \text{ (képlet + számítás, 1 + 1 pont)}$$

A folyamat végén a hengerben lévő gáz tömegének meghatározása:

**4 pont
(bontható)**

$$p \cdot V = \frac{m}{M} \cdot R \cdot T \Rightarrow m = \frac{M \cdot p_0 \cdot V}{R \cdot T} = \frac{29 \text{ g/mol} \cdot 10^5 \text{ N/m}^2 \cdot 1,8 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3}{8,31 \text{ J/mol}\cdot\text{K} \cdot 293 \text{ K}} = 0,21 \text{ g}$$

(képlet + rendezés + adatok behelyettesítése + számítás, 1 + 1 + 1 + 1 pont)

Összesen: 12 pont

39. Egy mosógép 10 l vizet melegít fel egy mosási programhoz. A takarékos program 30 °C-os vízzel mos, a fehérnemű program 60 °C-os vízzel, maga a mosás menete mindkét esetben megegyezik. A vizet a mosógép elektromos fűtőszállal melegíti fel.

a) Hány kWh elektromos energiával használ többet a mosógép a fehérnemű programhoz, mint a takarékos programhoz? (A melegebb vízzel való mosás során fellépő többlet hőveszteséget hanyagoljuk el!) A modern vasalókban sokszor van gőzölési funkció, amellyel könnyebb kivasalni a gyűrött ruhákat. Bizonyos mennyiségű ruha vasalásához 2 dl, kezdetben 15 °C hőmérsékletű vizet forralt el a készülék.

b) Hány kWh elektromos energiát használt el a készülék a forraláshoz?

(A víz fajhője $4180 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}}$, forráshője $2257 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$, sűrűsége $1 \frac{\text{kg}}{\text{l}}$. A fűtőszál hatásfokát vegyük 100%-nak.)

(2021. május)

Megoldás: (11 pont)

Adatok: $V_1 = 10 \text{ l}$, $t_1 = 30 \text{ }^\circ\text{C}$, $t_2 = 60 \text{ }^\circ\text{C}$, $t_3 = 15 \text{ }^\circ\text{C}$, $V_2 = 0,2 \text{ l}$, $c = 4180 \text{ J / kg} \cdot ^\circ\text{C}$,
 $L = 2257 \text{ kJ/kg}$, $\rho = 1 \text{ kg/l}$.

a) *Annak felismerése, hogy a keresett energiamennyiség egyenlő azzal a hőmennyiséggel, amivel a vizet 30 °C-ról 60 °C-ra lehet melegíteni:*

1 pont

(Ez a pont akkor is jár, ha a vizsgázó a felismerést nem írja le, de egyértelműen ennek megfelelően számol.)

A melegítéshez szükséges hőmennyiség meghatározása:

**4 pont
(bontható)**

$$\Delta E = \Delta Q = \rho \cdot V_1 \cdot c \cdot (t_2 - t_1) = 10 \text{ kg} \cdot 4180 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}} \cdot 30 \text{ }^\circ\text{C} = 1254 \text{ kJ}$$

(képlet + behelyettesítés + számítás, 1 + 1 + 1 pont), ami kWh-ban:

$$\Delta E = \frac{1254 \text{ kJ}}{3600 \text{ kJ/kWh}} = 0,35 \text{ kWh (1 pont)}.$$

b) *Annak felismerése, hogy a keresett energiamennyiség egyenlő azzal a hőmennyiséggel, amivel a vizet 100 fokra melegítjük, majd elforraljuk:*

1 pont

(Ez a pont akkor is jár, ha a vizsgázó a felismerést nem írja le, de egyértelműen ennek megfelelően számol.)

A gőzöléshez szükséges energia meghatározása:

**5 pont
(bontható)**

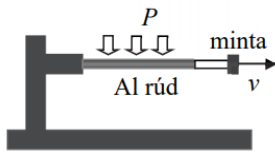
$$\Delta E = \rho \cdot V_2 \cdot L + \rho \cdot V_2 \cdot c \cdot (100 \text{ }^\circ\text{C} - t_3) = 0,2 \text{ kg} \cdot (2257 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} + 4,180 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}} \cdot 85 \text{ }^\circ\text{C}) = 522 \text{ kJ}$$

(A képlet két tagjának helyes felírása 1 + 1 pont, behelyettesítés + számítás, 1 + 1 pont), ami kWh-ban:

$$\Delta E = \frac{522 \text{ kJ}}{3600 \text{ kJ/kWh}} = 0,145 \text{ kWh (1 pont)}.$$

Összesen: 11 pont

40. Egy kísérletben egy anyagmintát meghatározott sebességgel, nagyon lassan kell mozgatni. Ezt úgy oldották meg, hogy a mintát egy olyan rúd végéhez rögzítették, melynek középső, 30 cm-es része alumíniumból van, és kör keresztmetszetű. Ezt a darabot állandó hőteljesítménnyel melegítik.



- a) Másodpercenként mekkora hőmérsékletváltozást kell elérnünk, ha azt szeretnénk, hogy a minta 36 nm/s sebességgel mozogjon?
 b) Mekkora fűtőtéljesítményre van ehhez szükség? (A veszteségektől tekintünk el.)

Az alumínium lineáris hőtágulási együtthatója $2,4 \cdot 10^{-6} \text{ 1/}^\circ\text{C}$, az alumíniumrúd átmérője 1 cm, az alumínium sűrűsége 2700 kg/m^3 , fajhője $900 \text{ J/kg}^\circ\text{C}$.

(2021. május id.)

Megoldás: (11 pont)

Adatok: $\alpha = 2,4 \cdot 10^{-6} \text{ 1/}^\circ\text{C}$, $d = 1 \text{ cm}$, $l = 30 \text{ cm}$, $\rho = 2700 \text{ kg/m}^3$, $C = 900 \text{ J/(kg}^\circ\text{C)}$,
 $v = 36 \text{ nm/s}$.

- a) *A hőtágulás képletének felírása az alumíniumrúdra és az egy másodperc alatt létrejövő hőmérséklet-változás meghatározása:*

5 pont
(bontható)

$$\Delta l = \alpha \cdot l \cdot \Delta t \text{ (1 pont), ami } \Delta t = 1 \text{ }^\circ\text{C} \text{ esetén } \Delta l = 720 \text{ nm (2 pont).}$$

Tehát a 36 nm/s sebességhez szükséges hőmérséklet-változás másodpercenként:
 $\Delta t = 0,05 \text{ }^\circ\text{C}$ (2 pont).

- b) *Az alumíniumrúd tömegének meghatározása és a keresett teljesítmény kiszámítása:*

6 pont
(bontható)

A melegítendő alumíniumdarab tömege:

$$m = \left(\frac{d}{2}\right)^2 \cdot \pi \cdot \rho \cdot l = \frac{0,01^2 \cdot \pi \cdot 0,3 \cdot 2700}{4} = 63,6 \text{ g}$$

(képlet + behelyettesítés + számítás, 1 + 1 + 1 pont),

így a másodpercenként közlendő hő:

$$Q = C \cdot m \cdot \Delta t = 2,9 \text{ J (képlet + számítás, 1 + 1 pont).}$$

Tehát a szükséges fűtőtéljesítmény:

$$P = 2,9 \text{ W (1 pont).}$$

Összesen: 11 pont

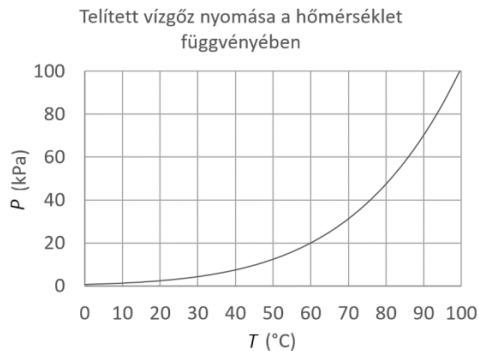
41. Egy hegymászó a Mount Everest III-as táborában, 7163 méter magasságban -20 °C-os tömör hóból 2 dl forrásban lévő vizet készített egy gázfőző segítségével. A forrásban lévő víz előállításához 10 percre volt szüksége. Ez lényegesen hosszabb idő, mint amennyi időre nyári bükki túráján szüksége volt, amikor egy hidegvízű forrásból hasonló mennyiségű forrásban lévő vizet állított elő. A magas hegyen használt modern gázfőző ugyanakkora hőteljesítményt adott le az oxigénszegény környezetben, mint a Bükkben használt.

a) Miért volt sokkal hosszabb a forrásban lévő víz előállításához szükséges idő, amikor hóból kellett vizet olvasztani? Milyen szerepet játszik a magas hegyen uralkodó hideg környezet?

b) Mekkora volt a vízmelegítés hasznos teljesítménye?

A víz sűrűsége 1 g/cm^3 , a hó fajhője $2100 \text{ J/kg}\cdot\text{K}$, a hó olvadáshője 334500 J/kg , a víz fajhője $4200 \text{ J/kg}\cdot\text{K}$, a légnyomás 7163 m magasságban a melegítés idején 39 kPa volt. Az olvadáspont nyomásfüggőségétől eltekintünk.

A telített vízgőz nyomását a hőmérséklet függvényében az alábbi grafikon mutatja:



(2022. május)

Megoldás: (11 pont)

Adatok: $V = 2 \text{ dl}$, $t_{\text{melegítés}} = 600 \text{ s}$, $T_1 = -20 \text{ °C}$, $\rho = 1 \text{ g/cm}^3$, $p = 39 \text{ kPa}$, $c_{\text{hó}} = 2100 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}}$,

$L = 334500 \frac{\text{J}}{\text{kg}}$, $c_v = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}}$

a) *A forraláshoz szükséges idő megnövekedésének magyarázata és a hideg környezet szerepének megadása:*

4 pont
(bontható)

Növelte a forraláshoz szükséges időt az, hogy a havat fel kellett melegíteni (1 pont), meg kellett olvasztani (1 pont), a keletkező olvadákvíz alacsonyabb hőmérsékletű, mint a forrásvíz (1 pont). Ezen kívül a nagy hidegben, a melegítés során nagyobb a környezetbe leadott hő (1 pont).

b) *A vízfóraló hasznos teljesítményének meghatározása:*

7 pont
(bontható)

A melegítésnél felhasznált hasznos hőmennyiség:

$$Q = c_j \cdot m \cdot \Delta T_j + L \cdot m + c_v \cdot m \cdot \Delta T_v \quad (2 \text{ pont})$$

A táblázatból látszik, hogy víz forráspontja ebben a magasságban $\approx 75 \text{ °C}$ (2 pont).

Mivel $m = V \cdot \rho = 0,2 \text{ kg}$, $\Delta T_j = 20 \text{ °C}$ és $\Delta T_v = 75 \text{ °C}$:

$$Q = 2100 \cdot 0,2 \cdot 20 + 334500 \cdot 0,2 + 4200 \cdot 0,2 \cdot 75 = 138\,300 \text{ J}$$

(megfelelő adatok behelyettesítése + számítás, 1 + 1 pont)

$$P_b = \frac{Q}{t_{\text{melegítés}}} = \frac{138300}{600} = 230,5 \text{ W} \quad (1 \text{ pont})$$

(Ha a vizsgázó nem veszi figyelembe, hogy a víz forráspontja a hegyen, a megadott magasságban alacsonyabb, mint a tengerszinten, 2 pontot kell levonni.)

Összesen: 11 pont

42. A légrétegben lévő gőz sűrűsége egy adott területen, 25 °C hőmérsékleten 12,8 g/m³. Az alábbi táblázat a telített gőz sűrűségét tartalmazza a hőmérséklet függvényében.

T (°C)	ρ (g/m ³)	T (°C)	ρ (g/m ³)	T (°C)	ρ (g/m ³)
1	5,2	11	10,0	21	18,3
2	5,6	12	10,7	22	19,4
3	6,0	13	11,4	23	20,6
4	6,4	14	12,1	24	21,8
5	6,8	15	12,8	25	23,0
6	7,3	16	13,6	26	24,4
7	7,8	17	14,5	27	25,8
8	8,3	18	15,4	28	27,2
9	8,8	19	16,3	29	28,7
10	9,4	20	17,3	30	30,3

- a) Mekkora a relatív páratartalom?
 b) Mekkora hőmérsékleten van a harmatpont?
 c) Hány gramm pára válik ki köd és páralecsapódás formájában a talaj 1 m² -e fölött, ha a hőmérséklet 5 °C-ra hűl le, és a harmattal telt légtömegek magasságát 200 méternek tekintjük?
 d) Számítsa ki, hogy mekkora 5 °C hőmérsékleten a telített vízgőz nyomása! A vízgőzt a számításnál tekinthetjük ideális gáznak. Számításához használja a táblázat adatait és azt, hogy a víz moláris tömege 18 g/mol.
 (2022. május id.)

Megoldás: (12 pont)

Adatok: $t_0 = 25\text{ °C}$, $t_1 = 5\text{ °C}$, $\rho = 12,8\text{ g/cm}^3$

- a) A relatív páratartalom meghatározása:

4 pont
(bontható)

Mivel a táblázat szerint 25 °C-on a telített gőzsűrűség 23 g/m³ (2 pont), ezért a relatív páratartalom $\frac{12,8}{23} \cdot 100 = 56\%$ (képlet + számítás, 1 + 1 pont).

- b) A harmatpont meghatározása a táblázat segítségével:

2 pont

A harmatpont értéke a táblázatból kiolvasható, 15 °C.

- c) A levegőből kicsapódó vízmennyiség meghatározása:

3 pont
(bontható)

Mivel a táblázat szerint 5 °C-on a telített gőzsűrűség 6,8 g/m³ (1 pont),

1 m³ levegőből 12,8 – 6,8 = 6 g víz válik ki (1 pont),

így a 200 m magas légszlopból a talaj 1 m² fölött összesen 1200 g víz csapódik ki (1 pont).

- d) A telített vízgőz nyomásának meghatározása:

3 pont
(bontható)

A telített vízgőz sűrűsége 6,8 g/m³. Tehát az 1 m³ térfogatban $n = \frac{6,8\text{ g}}{18\text{ g/mol}} = 0,377\text{ mol}$ vízgőz van. (1 pont)

Az ideális gáz állapotegyenletét felhasználva: $p = \frac{nRT}{V} = 872\text{ Pa}$ (2 pont)

(Ha a vizsgázó számítás helyett a függvénytáblázatból kikeresi a végeredményt, nem jár pont.)

Összesen: 12 pont

43. Egy hőerőmű 1000 MW teljesítménnyel termel elektromos energiát úgy, hogy a turbinákat hajtó 500 K hőmérsékletű gőzből a folyamat végére 300 K hőmérsékletű víz lesz. Az erőmű áramtermelésének hatásfoka 40%. Az erőmű az előtte húzódó folyó vizét használja hűtésre. Az áramtermelés közben keletkező hulladékhő a folyó vizét 6 K-nel emeli meg. (Tehát a folyó vize az erőmű alatt, ahol a hűtővizet már visszaengedték a folyóba, 6 fokkal magasabb, mint közvetlenül az erőmű fölött.)

a) Hány kg 500 K hőmérsékletű gőzt használ fel az erőmű másodpercenként?

b) Mekkora a folyó vízhozama?

(A víz fajhője $c_v = 4,2 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$, forráshője $L_v = 2260 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$, a gőz fajhője a folyamatban

$c_g = 1,45 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$. Tegyük fel, hogy az egyéb hővesztés – a környező levegőnek vagy

földnek átadott hő – elhanyagolható. A nyomás a folyamatban végig 10^5 Pa .)

(2022. október)

Megoldás: (13 pont)

Adatok: $P = 1000 \text{ MW}$, $T_1 = 500 \text{ K}$, $T_2 = 300 \text{ K}$, $\eta = 0,4$, $\Delta T_{\text{folyó}} = 6 \text{ K}$, $c_v = 4,2 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$,

$L_v = 2260 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$, $c_g = 1,45 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$.

a) Az 1 kg gőz által a folyamat során leadott energia meghatározása:

5 pont
(bontható)

$$q = c_g \cdot (T_1 - 373\text{K}) + L_v + c_v \cdot (373\text{K} - T_2) = 2751 \text{ kJ/kg}$$

(Az összeg három tagjának helyes felírása 1 + 1 + 1 pont, a hőmérsékletváltozások meghatározása 1 pontot, a végeredmény helyes kiszámítása 1 pontot ér.)

A másodpercenként felhasznált gőzmennyiség M tömegének meghatározása:

3 pont
(bontható)

$$P = 0,4 \cdot q \cdot M, \text{ amiből } M = \frac{10^9}{0,4 \cdot 2751} = 909 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$$

(képlet + rendezés + számítás, 1 + 1 + 1 pont)

b) A hulladékhő hatásának helyes értelmezése és a vízhozam kiszámítása:

5 pont
(bontható)

A hulladékhő, ami a folyót melegíti, az a gőz által leadott hőmennyiség, amely a 40%-os hatásfok miatt nem jelenik meg elektromos energiaként. Vagy:

$$Q_h = (1 - \eta) \cdot q \cdot M = m_{\text{viz}} \cdot \Delta T_{\text{folyó}} \cdot c_v$$

(A helyes képlet vagy magyarázat leírása 3 pontot ér.)

$$m_{\text{viz}} = \frac{(1 - 0,4) \cdot q \cdot M}{c_v \cdot \Delta T_{\text{folyó}}} = 59500 \frac{\text{kg}}{\text{s}} \text{ (rendezés + számítás, 1 + 1 pont)}$$

(A vízhozamot liter/s vagy m^3/s -ban is meg lehet adni.)

Összesen: 13 pont

44. Egy kerékpár első kerekének gumija puha, a benne uralkodó nyomás csak $2,4 \cdot 10^5$ Pa a szükséges $4,4 \cdot 10^5$ Pa helyett. A kerék belső tömlőjének térfogata ebben az állapotban 2,3 liter.

a) Hány gramm levegő van a tömlőben, ha a hőmérséklet 28°C ? Levegőt fújunk a kerékbe egy kézi pumpával, amely minden pumpálásnál 10^5 Pa nyomású, 28°C hőmérsékletű levegővel telik meg. Ahhoz, hogy a kívánt nyomást elérjük, 50-et kell pumpálnunk, ha feltételezzük, hogy minden alkalommal teljesen kiürítjük a pumpa tartályát. A felfújódó belső tömlő térfogata közben 2,4 literre nő.

b) Mekkora a pumpa tartályának térfogata? (A külső légnyomás 10^5 Pa, a levegő moláris tömege 29 g/mol, $R = 8,31$ J/(mol·K))

(2023. május)

Megoldás: (13 pont)

Adatok: $p_0 = 10^5$ Pa, $p_1 = 2,4 \cdot 10^5$ Pa, $p_2 = 4,4 \cdot 10^5$ Pa, $V_1 = 2,3$ l = $0,0023$ m³,
 $T = 28^\circ\text{C} = 301$ K, $V_2 = 2,4$ l = $0,0024$ m³, $M = 29$ g/mol, $R = 8,31$ J/(mol·K).

a) A kerékben kezdetben lévő levegő mennyiségének meghatározása:

5 pont
(bontható)

Az ideális gáz állapotegyenletét felírhatjuk a puha kerékre:

$p_1 \cdot V_1 = n_1 \cdot R \cdot T$ (1 pont), ahol n_1 az anyagmennyiség. Ebből:

$$n_1 = \frac{p_1 V_1}{RT} = 0,22 \text{ mol (rendezés + adatok behelyettesítése + számítás, 1 + 1 + 1 pont),}$$

amiből a levegő tömege: $m = n_1 \cdot M = 6,38$ g (1 pont).

b) A felfújt kerékben lévő levegő mennyiségének meghatározása:

3 pont
(bontható)

$$n_2 = \frac{p_2 V_2}{RT} = 0,42 \text{ mol (képlet + adatok behelyettesítése + számítás, 1 + 1 + 1 pont)}$$

A pumpa tartálytérfogatának meghatározása:

5 pont
(bontható)

Mivel összesen 0,2 mol levegőt juttatunk a gumiba (1 pont), és ehhez 50-et kell

pumpálni, a pumpa tartályában $p_0 = 10^5$ Pa nyomáson és $T = 301$ K hőmérsékleten $n = 0,004$ mol levegő van (1 pont).

Ismét az állapotegyenletet használva kiszámíthatjuk a pumpa térfogatát:

$$V_p = \frac{n \cdot R \cdot T}{p_0} = 10^{-4} \text{ m}^3 = 0,11$$

(képlet + adatok behelyettesítése + számítás, 1 + 1 + 1 pont)

Összesen: 13 pont

45. Egy hűtőgép 1 óra 20 perc alatt állít elő 30 darab 2 dkg tömegű, $-18\text{ }^{\circ}\text{C}$ hőmérsékletű jégkockát a $15\text{ }^{\circ}\text{C}$ hőmérsékletű csapvízből. Közben a motorja végig $0,5\text{ A}$ erősségű áramot vesz fel a 230 V -os hálózatból. A folyamat közben más hűtendő tárgy nincs a hűtőgépben.

a) Mekkora a motor elektromos teljesítménye?

b) Mennyi hőt von el a hűtőgép 1 db jégkockától a folyamat során?

c) Mekkora teljesítménnyel fűti a hűtőgép a konyhát? A víz fajhője $C_v = 4200\text{ J}/(\text{kg}\cdot\text{K})$, olvadáshője $L = 334\text{ kJ}/\text{kg}$, a jég fajhője $C_j = 2100\text{ J}/(\text{kg}\cdot\text{K})$.

(2023. május II.)

Megoldás: (14 pont)

Adatok: $\Delta t = 1\text{ óra } 20\text{ perc}$, $m = 0,02\text{ kg}$, $N = 30\text{ db}$, $T_1 = 15\text{ }^{\circ}\text{C}$, $T_2 = -18\text{ }^{\circ}\text{C}$,
 $C_v = 4200\text{ J}/(\text{kg}\cdot\text{K})$, $L = 334\text{ kJ}/\text{kg}$, $C_j = 2100\text{ J}/(\text{kg}\cdot\text{K})$, $I = 0,5\text{ A}$, $U = 230\text{ V}$.

a) *A motorteljesítmény felírása és kiszámítása:*

1 + 1 pont

$$P = U \cdot I = 0,5 \cdot 230 = 115\text{ W}.$$

b) *A jégkockától a hűtés során elvont hő meghatározása:*

**7 pont
(bontható)**

$$Q = m \cdot C_v \cdot \Delta T_1 - m \cdot L + m \cdot C_j \cdot \Delta T_2$$

$$= -0,02 \cdot 4,2 \cdot 15 - 0,02 \cdot 334 - 0,02 \cdot 2,1 \cdot 18 = -8,7\text{ kJ}$$

(A képlet három tagjának felírása 1 + 1 + 1 pontot ér, a két hőmérsékletváltozás helyes meghatározása 1 + 1 pontot, az adatok helyes behelyettesítése és a számítás 1 + 1 pontot. A negatív előjel hiányáért nem kell pontot levonni.)

c) *A hűtőgép fűtőteliességének meghatározása:*

**5 pont
(bontható)**

A hűtőgép a motor által felvett teljesítménnyel + a hűtés (hőelvonás) teljesítményével fűti a szobát: $P_{\text{fűtés}} = P_{\text{motor}} + P_{\text{hűtés}}$ (2 pont).

$$\text{A hűtés teljesítménye: } P_{\text{hűtés}} = \frac{N \cdot Q}{\Delta t} = \frac{30 \cdot 8700}{80 \cdot 60} = 54\text{ W}$$

(képlet + számítás, 1 + 1 pont).

$$\text{Tehát: } P_{\text{fűtés}} = 115 + 54 = 169\text{ W (1 pont).}$$

Összesen: 14 pont